

Matemática IV



"Centenario Teatro Municipal de Quetzaltenango" fotografía por Aaron Garcia



Esta obra está bajo una [Licencia Creative Commons Atribución-No Comercial-Compartir Igual 4.0 Internacional](#).

Problemas verbales de álgebra

Frases comunes en el desarrollo de problemas algebraicos.

Documento auxiliar
para la semana 02.

Suma

Frase	Símbolo	Expresión algebraica
La suma de dos números		$x + y$
Cinco más que un número		$x + 5$
Un número aumentado en 4	+	$x + 4$
Un número sumado a otro número		$x + y$
Nueve más un número		$9 + x$

Resta

Frase	Símbolo	Expresión algebraica
La diferencia de dos números		$x - y$
Siete reducido por un número		$7 - x$
Un número reducido por 4	-	$x - 4$
Tres menos que un número		$x - 3$
Seis restado de un número		$x - 6$
Seis menos un número		$6 - x$

Asegúrese de que el número que se resta vaya después del signo menos.

Multiplicación

Frase	Símbolo	Expresión algebraica
El producto de dos números		xy
Cinco multiplicado por 7	()	$5(7)$ $5 * 7$
Seis por un número	*	$6y$
Dos veces un número	sin símbolo	$2y$
el doble de un número		$2x$
Dos tercios de un número		$\frac{2}{3}x$ ó $2x/3$

División

Frase	Símbolo	Expresión algebraica
El cociente de dos números	División con raya de fracción	x/y ó $x \div y$
Un número dividido entre tres		$x/3$
Siete dividido entre un número	$\div$	$7/x$
La mitad de un número	/	$x/2$ ó $\frac{2}{3}x$

Asegúrese de que el número entre el que está dividiendo está debajo de la raya de fracciones o después del símbolo de división.

Potencia y raíces

Frase	Símbolo	Expresión algebraica
Un número al cuadrado		x^2
Un número al cubo		x^3
	x^x	
La raíz cuadrada de un número	$\sqrt{x}$	$\sqrt{x}$
Raíz de un número		$\sqrt[x]{x}$

Semana 01

Competencia:

1. Resuelve situaciones y problemas de carácter formal que demandan el dominio del pensamiento lógico matemático y las operaciones matemáticas de aritmética y álgebra en los conjuntos numéricos reales y complejos.

Indicadores de logro:

1.2. Aplica las herramientas provistas por el cálculo proposicional mediante el uso de los métodos de demostración, en los distintos dominios de las ciencias y en la vida cotidiana.



TEMA 01

Introducción al álgebra

El álgebra es una extensión de la aritmética. Es un sistema organizado de reglas que ayudan a resolver problemas. El álgebra es como un juego. Antes de empezar a jugar, se revisan las reglas y cómo aplicarlas.

Cada juego tiene su propio vocabulario, el cual está definido en las reglas. Conforme avanza el juego, es más fácil recordar el vocabulario y las reglas. Esta sección se presenta el álgebra con miras en su especial vocabulario y las reglas de las matemáticas. Las reglas del álgebra son la base de la aritmética que se usa todos los días.

El lenguaje del álgebra

El álgebra usa letras del alfabeto para representar cantidades desconocidas. Estas letras se denominan **variables**. Se les llama variables porque cambian su valor de un problema a otro. Las letras pueden ser mayúsculas, minúsculas o del alfabeto griego. Algunos ejemplos son: x , t , n , B , R , Φ . Las **constantes** son valores fijos. El valor de una constante es conocido y no cambia de problema a problema. Ejemplos de constantes son: 8, 75, 0, π , $\frac{1}{4}$, $\sqrt{3}$.

En álgebra se trabaja con las cuatro operaciones: suma, resta, multiplicación y división.

La siguiente tabla describe las cuatro operaciones en álgebra:

Operación	Símbolo	Ejemplo	Significado
Suma	+	$5 + n$	5 más n
Resta	-	$8 - n$	8 menos n
Multiplicación	*	$5 * 3$	5 por 3
	()	$5(4)$	5 por 4
	Sin símbolo	$5n$	5 por n

División	$\div$	$n \div 3$	n dividido entre 3
Fracción		$n / 3$	n dividido entre 3
		$3 \div n$	3 dividido entre n
		$3 / n$	3 dividido entre n

Cuando un número y una variable se multiplican entre sí, la parte numérica es el **coeficiente** de la variable. En la expresión $7x$, el coeficiente es 7 y la variable x . La variable x se multiplica por 7.



¡Importante!

Cuando una variable está escrita sin ningún número delante de ella, se sobreentiende que el coeficiente es 1. Por lo tanto, x significa $1x$, siendo el coeficiente 1.

Expresiones algebraicas

Un **término algebraico** puede ser una constante, una variable o la multiplicación o división de números con variables. Algunos ejemplos de términos son 4, y , $3n$, $x/2$, entre otros.

Una **expresión algebraica** es cualquier combinación de números, variable, símbolos de agrupación y operaciones. En una expresión algebraica los términos están separados por los signos $+$ y $-$. El signo que le antecede a un término es el signo del término. Por ejemplo:

$$\begin{array}{ccccccc}
 5 & - & 3y & & \frac{x}{2} & + & 2 \\
 \uparrow & & \uparrow & & \uparrow & & \uparrow \\
 \text{1er término} & & \text{2do término} & & \text{1er término} & & \text{2do término}
 \end{array}$$

Evaluar expresiones algebraicas

Una expresión algebraica no tiene valor hasta que las variables en la expresión hayan sido reemplazadas con números. Para hallar el valor de una expresión, se reemplaza cada variable con un valor dado para esa variable. Después se **halla el valor** de la expresión numérica resultante. No olvide seguir las reglas para el orden de las operaciones y las reglas para los números con signo.

Ejemplo 1:

Halla el valor de $3x - 4$ donde x es igual a 5

$$3x - 4 = 3(5) - 4 = 15 - 4 = 11$$

Ejemplo 2:

Halle el valor de $t^2 - t + 3$ donde t es igual a 4

$$t^2 - t + 3 = (4)^2 - 4 + 3 = 16 - 4 + 3 = 15$$

Ejemplo 3:

Halle el valor de $7 + 4(8 - x)$ donde x es igual a -2

$$7 + 4(8 - x) = 7 + 4(8 - (-2)) = 7 + 4(8 + 2) = 7 + 4(10) = 7 + 40 = 47$$

En el ejemplo 3 hay que calcular primero la expresión dentro del paréntesis. $8 - (-2)$ significa $8 + 2$, siguiendo las reglas de los signos matemáticos.



Tarea de la semana

La tarea de esta semana se titula "Expresiones algebraicas" y la puede encontrar al final del curso.

Semana 02

Competencia:

1. Resuelve situaciones y problemas de carácter formal que demandan el dominio del pensamiento lógico matemático y las operaciones matemáticas de aritmética y álgebra en los conjuntos numéricos reales y complejos.

Indicadores de logro:

1.1. Representa información por medio de proposiciones compuestas y tablas de verdad.

1.2. Aplica las herramientas provistas por el cálculo proposicional mediante el uso de los métodos de demostración, en los distintos dominios de las ciencias y en la vida cotidiana.

Competencia:

2. Aplica teoremas trigonométricos y ley de senos y cosenos en la interpretación de funciones trigonométricas circulares.

Indicadores de logro:

2.1. Demuestra las relaciones fundamentales entre las funciones trigonométricas circulares.

Competencia:

3. Utiliza las funciones polinomiales y racionales para explicar fenómenos de la realidad económica y social.

Indicadores de logro:

3.1. Utiliza funciones para representar hechos reales.



TEMA 02

Ecuaciones

Una **ecuación** enuncia que una expresión es igual a otra expresión. Por ejemplo, la ecuación $x + 7 = 10$ establece que la expresión $x + 7$ es igual a la expresión 10 . En la ecuación $x + 3 = 2x - 9$, la expresión $x + 3$ es igual a $2x - 9$.

Es importante reconocer la diferencia entre una expresión y una ecuación. Una ecuación siempre tiene un **signo igual**.

Expresión	Ecuación
$x + 7$	$x + 7 = 10$
$2x - 9$	$x + 3 = 2x - 9$

Una ecuación puede ser verdadera o falsa dependiendo de los valores que toman las variables. La ecuación $x + 7 = 10$ indica que algún número x sumado a 7 es igual a 10 . Como sabemos que $3 + 7 = 10$, entonces $x = 3$ es la **solución** de la ecuación. La solución es el valor de la variable que hace que el enunciado se cumpla. Si hubiéramos dicho que $x = 2$ entonces la ecuación no se hubiera podido resolver. Se **resuelve** una ecuación cuando hallamos el valor de la variable.

Por ejemplo:

Resuelve la ecuación $2x + 5 = 17$

Esta ecuación significa que un número multiplicado por 2 y sumado a 5 es igual a 17 . ¿Sabes qué número es?

Si dijiste **6**, acertaste, pues $2(6) + 5 = 17$.

Resolviendo ecuaciones de un paso

En los usos más importantes del álgebra están la solución de ecuaciones y el uso de ecuaciones para resolver problemas verbales.

Solución por observación:

La solución de una ecuación significa encontrar el valor de la variable que hace el enunciado indicado por la ecuación sea verdadero. Algunas ecuaciones son fáciles de resolver si se conocen las operaciones aritméticas básicas. Al mirar la ecuación e imaginar la respuesta, se está **"observando"** la ecuación.

⇒ Por ejemplo, $x - 4 = 10$ es una ecuación. ¿Qué valor de x hará verdadera la ecuación?

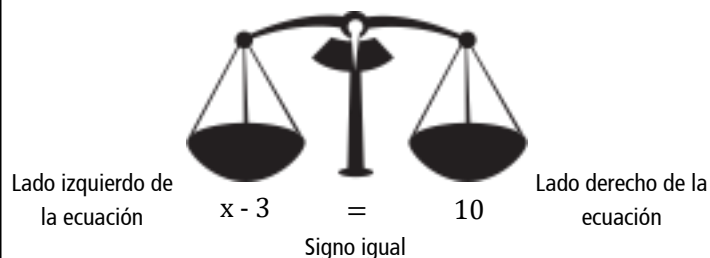
⇒ Otro ejemplo es $3x = 15$. ¿Qué valor de x hará esta ecuación verdadera?

◇ Si has pensado 14 y 5 , estás en lo correcto. Porque $14 - 4 = 10$ y $3(5) = 15$.

Soluciones algebraicas

Veamos los métodos algebraicos de resolver ecuaciones de un paso. Antes de comenzar hay que entender un par de conceptos matemáticos.

Primero, una ecuación es un equilibrio perfecto entre lo que está a la izquierda del signo igual y lo que está al derecho del signo igual. Si se hace algún cambio en el lado izquierdo, se tendrá que hacer el mismo cambio en el lado derecho. Por ejemplo si se suma 7 al lado izquierdo, se tendrá que sumar 7 también al lado derecho para que los dos lados permanezcan iguales. Así el resultado será verdadero.



Segundo, la meta al resolver una ecuación es aislar la variable en un lado de la ecuación. Hay que concentrarse en la variable. En la ecuación $x + 3 = 10$ concéntrate en la x . Advierta que la x se está sumando al 3 . esto le indicará cómo resolver la ecuación.

Para resolver una ecuación, realice la operación opuesta (denominada **operación inversa**). La suma y la resta son opuestas, así también la multiplicación y la división. En la ecuación $x + 3 = 10$, el 3 se está sumando a la x . La operación inversa de sumar 3 es restar 3 . Reste 3 de ambos lados para despejar la x en un lado de la ecuación.

Confirme las respuestas para cada problema sustituyendo la respuesta en la ecuación original. Por ejemplo, al resolver $7x = 21$, se obtuvo $x = 3$. Revise la respuesta sustituyendo la x con el 3 en el problema original.

Sustituya la x con el 3	$7x = 21$
Enunciando y operando	$7(3) = 21$
	$21 = 21$

Por tanto, $x = 3$ es la solución para $7x = 21$.

Ejemplo 1 $x + 3 = 10$

Paso 1	Observe a la x . Se le ha sumado 3.	$x + 3 = 10$
Paso 2	Reste 3 de ambos lados.	$x + 3 - 3 = 10 - 3$ $x + 0 = 7$
Paso 3	Resuelva la ecuación.	$x = 7$

Ejemplo 2 $7x = 21$

Paso 1	Observe a la x . Se le ha multiplicado por 7.	$7x = 21$
Paso 2	Divida ambos lados de la ecuación entre 7.	$7x / 7 = 21 / 7$ $1x = 3$
Paso 3	Resuelva la ecuación.	$x = 3$

Resolver problemas verbales de álgebra

Para usar el álgebra en la solución de problemas matemáticos, hay que traducir el problema al lenguaje algebraico. Una variable representa una cantidad desconocida. Las letras x , y y z son las más usadas como variables. Algunas frases se usan repetidamente en problemas de álgebra. Familiarícese con ellas y su expresión algebraica.

Al principio del curso, encontrará una hoja con las frases comunes que se utilizan en los problemas algebraicos. Esta le servirá de aquí en adelante en el desarrollo del curso.

Traducción de expresiones:

1. Asignamos una variable a la cantidad desconocida.
2. Usamos esa variable para escribir una expresión para cualquier otra cantidad desconocida.
3. Identificamos las frases que indican la operación matemática.
4. Usamos la operación para escribir la expresión. (Usa paréntesis para agrupar la operación con dos números que deba calcularse primero, si una segunda operación debe realizarse para obtener el resultado).

Usando el documento de apoyo de las Frases comunes en álgebra, traduzca las siguientes frases a expresiones algebraicas, intente resolverlo por su cuenta antes de ver las respuestas:

⇒ Cuatro más que un número.

⇒ Seis reducido por la mitad de un número.

⇒ Doce dividido por un número al cuadrado.

⇒ El doble de la suma de un número más cuatro.

⇒ La diferencia entre el doble de un número y cuatro.

Las respuestas a los ejemplos son las siguientes:

$$4 + x$$

$$2(x + 4)$$

$$6 - \frac{1}{2}x \quad \text{ó} \quad 6 - \frac{x}{2}$$

$$2x - 4$$

$$\frac{12}{x^2}$$

Traducir ecuaciones

Ahora hay que practicar traduciendo una frase entera a una ecuación algebraica. Recuerde que una ecuación tiene tres partes: la expresión del lado izquierdo, el signo igual y la expresión del lado derecho.

Muchas palabras clave indican que hay una igualdad. Familiarízate con esta lista:

igual	son	el resultado es
es igual a	fue	la respuesta es
igual a	era	la suma es
lo mismo que	fueron	la diferencia es
produce	eran	el cociente es
forma	da	el producto es
es	deja	

Traducir ecuaciones:

1. Asignar una variable a la cantidad desconocida.
2. Escriba dos expresiones para los valores.
3. Use el signo igual entre las expresiones.

Ejemplo 1

Tres veces un número es uno más que el doble del número.

$$3x = 1 + 2x$$

Ejemplo 2

Cuatro más que un número es igual a 15.

$$4 + x = 15$$

Ejemplo 3

El doble de un número reducido por 6 es igual a 9.

$$2x - 6 = 9$$



¡Importante!

Para identificar la variable en un problema verbal, despejemos el término o elemento desconocido. Después asignamos una variable a ese término.

Ejemplo 4

Para promover las ventas navideñas, una revista ofrece una suscripción anual por Q15 con suscripciones de regalo por Q12 cada una. Con un año de suscripción, ¿cuántas suscripciones de regalo se pueden comprar si puede gastar un total de Q75?

Represente con una x el número de suscripciones de regalo de Q12. De este modo, 12 veces x es el costo de las suscripciones adicionales. El enunciado básico es: el costo de la suscripción original más el de las suscripciones adicionales es Q75.

$$15 + 12x = 75$$

En el ejemplo 4, primero se identificó la variable. Después se escribieron las expresiones y operaciones algebraicas. Finalmente, estos valores se tradujeron a una ecuación algebraica.

El siguiente ejemplo combina la práctica de traducir, plantear y resolver problemas verbales de álgebra de un paso. Observemos:

Ejemplo 5:

Ana tiene cierta cantidad de dinero y Beto tiene $\frac{2}{3}$ de lo que tiene Ana. Si Beto tiene Q48, ¿cuánto dinero tiene Ana?

Paso 1	Traduzca el enunciado y plantee la ecuación	Sea x el dinero de Ana. Entonces $2x/3$ representa el dinero de Beto. Así $2x/3 = 48$
Paso 2	Resuelve la ecuación multiplicando ambos lados por $3/2$	$\frac{2}{3}x = 48$ $\frac{3}{2} * \frac{2}{3}x = 48 * \frac{3}{2}$ $x = 48 * \frac{3}{2}$ $x = \frac{144}{2}$ $x = 72$

Por tanto, Ana tiene Q72.



Tarea de la semana

La tarea "Ecuaciones" se encuentra al final del curso. Esta tarea se entrega juntamente con todas las de este y los demás cursos en forma física en cualquier sede de ISEA antes del 31 de mayo del año en curso.

Semana 03

Competencia:

1. Resuelve situaciones y problemas de carácter formal que demandan el dominio del pensamiento lógico matemático y las operaciones matemáticas de aritmética y álgebra en los conjuntos numéricos reales y complejos.

Indicadores de logro:

1.1. Representa información por medio de proposiciones compuestas y tablas de verdad.

1.2. Aplica las herramientas provistas por el cálculo proposicional mediante el uso de los métodos de demostración, en los distintos dominios de las ciencias y en la vida cotidiana.

Competencia:

2. Aplica teoremas trigonométricos y ley de senos y cosenos en la interpretación de funciones trigonométricas circulares.

Indicadores de logro:

2.1. Demuestra las relaciones fundamentales entre las funciones trigonométricas circulares.

Competencia:

3. Utiliza las funciones polinomiales y racionales para explicar fenómenos de la realidad económica y social.

Indicadores de logro:

3.1. Utiliza funciones para representar hechos reales.

**Operando Ecuaciones**

Muchas expresiones algebraicas contienen dos o más términos. Por ejemplo, $2x - 7$ tiene dos términos, y $3x - 9 + 7x$ tiene tres términos. Para simplificar una expresión algebraica, se combinan los términos semejantes y se eliminan los paréntesis () y los corchetes [].

Simplificar combinando términos semejantes:

Los términos semejantes son aquellos que contienen la misma variable a la misma potencia.

Ejemplos de términos semejantes son $(4x, 7x, 12x)$ y $(2xy, 17xy, 3xy)$.

Ejemplos de términos no semejantes son $(3x, 4y, -2, 2xy)$ y $(3x, 4y, 3xy)$.

**¡Importante!**

- Se pueden combinar los términos semejantes para simplificar una expresión.
- Los exponentes en las variables indican términos semejantes.

Ejemplo 1	$3x + 5x = 8x$	Simplemente sume los coeficientes, o sea, los
Ejemplo 2	$7y^2 - 5y^2 = 2y^2$	Se pueden también restar
Ejemplo 3	$3x^2 + 6y + 2x^2 - 4y = 5x^2 + 2y$	Primero se combinan los términos semejantes, en este caso son aquellos que tienen x^2 y los términos de
Ejemplo 4	$2x + 2xy^2 - 3y - 5y + 2 + x - 6 + xy^2 = 3x + 6xy^2 - 8y - 4$	Se combinan los términos x , los términos y , los términos xy^2 y los números

Simplificar eliminando símbolos de agrupación

Algunas expresiones algebraicas se agrupan usando paréntesis o corchetes. Estos símbolos son para llamar la atención.

Para simplificar una expresión que contiene símbolos de agrupación, use uno de los procedimientos siguientes.

1. Elimine los paréntesis y multiplique los términos que están entre paréntesis.

Ejemplo 1 $3(2x-4)$

$$= 3(2x) + 3(-4)$$

$$= 6x - 12$$

Ejemplo 2 $-4(4x - 1)$

$$= -4(4x) + -3(-1)$$

$$= -12x + 3$$

2. Elimine los paréntesis y distribuya los signos negativos sobre todos los términos dentro del paréntesis, siguiendo las reglas para los signos dobles.

Ejemplo 3 $3x - (6x - 4)$

$$= 3x - (6x) - (-4)$$

$$= 3x - 6x + 4$$

$$= -3x + 4$$

3. Elimine los paréntesis, pero no le cambie los signos a ninguno de los términos si hay un signo positivo o no hay ningún signo delante del paréntesis.

Ejemplo 4 $6x + (2x - 7)$

$$= 6x + 2x - 7$$

$$= 8x - 7$$

Resolver ecuaciones de pasos múltiples

Los términos semejantes son aquellos que contienen la misma variable a la misma potencia.

Para resolver las ecuaciones de pasos múltiples, siga el método que se muestra a continuación, recuerde que algunas ecuaciones puede que no necesiten todos los pasos, así que utilícelos según sea el caso:

- 1- Simplifique las expresiones en ambos lados de la ecuación.
- 2- Ponga todas las variables en el lado izquierdo de la ecuación; sume o reste de acuerdo con el lado derecho de la ecuación
- 3- Concéntrese en la variable. Cancele la suma y la resta aplicando la operación opuesta.
- 4- Despeje la variable, cancele la multiplicación y la división aplicando la operación opuesta.

Ejemplo 1	$3x + 7 = 13$	
Paso 1	La expresión ya está simplificada.	$3x + 7 = 13$
Paso 2	La variable ya se encuentra del lado izquierdo.	$3x + 7 = 13$
Paso 3	Cancele la suma aplicando la operación opuesta.	$3x + 7 - 7 = 13 - 7$ $3x = 6$
Paso 4	Cancele la multiplicación aplicando la operación opuesta.	$\frac{3x}{3} = \frac{6}{3}$
Paso 5	Resuelva	$x = 2$

Ejemplo 2	$3(x - 2) + 18 = 6 + 2(x + 6)$	
Paso 1	Simplifique las expresiones	$3x - 6 + 18 = 6 + 2x + 12$ $3x + 12 = 2x + 18$
Paso 2	Mueva las variables al lado izquierdo.	$3x - 2x + 12 = 2x - 2x + 18$ $x + 12 = 18$
Paso 3	Cancele la suma aplicando la operación opuesta.	$x + 12 - 12 = 18 - 12$
Paso 4	Resuelva	$x = 6$

Resolver problemas de pasos múltiples

Para plantear un problema de pasos múltiples, hay que traducirlo al álgebra. Recuerde comprobar su respuesta para ver si satisface el problema original.

Ejemplo:

Tony trabaja para una empresa de limpieza donde les pagan por horas, él trabajó 35 horas la semana pasada y solamente unas cuantas horas esta semana. Gana Q15 la hora y su salario de las dos semanas es de Q795. ¿Cuántas horas trabajó esta semana?

Paso 1	Sea x el número de horas que trabajó esta semana.
Paso 2	Sea $x + 35$ el total de horas trabajadas durante ambas semanas. $15(x + 35)$ es la expresión que representa la cantidad de dinero que le pagaron por trabajar a Q15 la hora.

Paso 3	Escriba la ecuación para plantear el problema. Ya que Tony ganó Q795, la ecuación es:	$15(x + 35) = 795$
Paso 4	Resuelva la ecuación.	$15(x + 35) = 795$ $15x + 525 = 795$ $15x + 525 - 525 = 795 - 525$ $15x = 270$ $\frac{15x}{15} = \frac{270}{15}$ $x = 18$

Tony trabajó 18 horas esta semana.

Desigualdades

Ya que la relación entre dos cantidades no siempre es de igualdad, no se puede usar siempre una ecuación para resolver un problema. Si la relación no es de igualdad, se pueden usar **desigualdades como $<$ (es menor que) o $>$ (es mayor que)** para resolver el problema.

Por ejemplo, $x + 3 > 10$ es una desigualdad algebraica. ¿Qué valor de x haría verdadero a este enunciado? Varios valores de x harían que este enunciado sea verdadero. La letra x podría ser 8, ya que $8 + 3 > 10$, de hecho, x podría ser cualquier número mayor de 7. La solución es $x > 7$.

Cuando se resuelve una desigualdad, el conjunto de soluciones posibles frecuentemente es infinito. Hay que estar consciente de los límites de la solución. En este caso, el límite es 7; x no puede ser 7 ni menor que 7, pero puede ser cualquier número mayor que 7.

Resolver Desigualdades

Los métodos algebraicos para resolver una desigualdad son casi los mismos que para las ecuaciones algebraicas. Sin embargo, hay una regla importante que considerar al resolver una desigualdad, la cual no es necesaria al resolver una ecuación.

Regla para multiplicar y dividir una desigualdad por un número negativo

Cuando se multiplica o divide ambos lados de una desigualdad por un **número negativo**, la dirección del signo de desigualdad cambia.

Por ejemplo, se sabe que	$8 < 12$	
Al multiplicar ambos lados por -2, se obtiene $8(-2)$, que es -16, y $12(-2)$ que es -24.	$8(-2) > 12(-2)$	Observe que la flecha cambió de dirección de <i>menor que</i> a <i>mayor que</i> .
Se sabe que -16 es mayor que -24.	$-16 > -24$	

El símbolo $\leq$ significa es **menor o igual que**, y $\geq$ significa es **mayor o igual que**. Por tanto, si una respuesta es $x \geq 3$, significa que la respuesta es 3 o un número mayor que 3. Por ejemplo, para obtener el descuento para personas de la tercera edad, se debe tener una edad mayor que o igual a 65. Esto se puede expresar así: "edad ≥ 65 ".

Para resolver desigualdades hay que recordar que:

- 1- Mantenga las desigualdades en equilibrio. Cualquier operación que se realice en un lado de la desigualdad debe realizarse en el otro lado.
- 2- Concéntrese en la variable. Hay que colocar la variable en un solo lado de la desigualdad.
- 3- Realice la operación opuesta. Primero efectúe las sumas o restas; después efectúe la multiplicación o división.

Ejemplo 1

$$x + 3 > 10$$

Observe la x , está sumada al 3.

Reste 3 de ambos lados de la ecuación. La desigualdad se soluciona cuando x se encuentra sola en el lado izquierdo de la desigualdad.

$$x + 3 > 10$$

$$x + 3 - 3 > 10 - 3$$

$$x > 7$$

Compruebe: elija cualquier número mayor que 7. Por ejemplo, si elige el 9 entonces $9 + 3$ es 12, y esto es mayor que 10.

$$x > 7$$

La respuesta $x > 7$ tiene sentido.

Ejemplo 2

$$-4x < 12$$

Divida ambos lados por -4. Note que se está dividiendo por un número negativo; por tanto, se cambia la dirección del signo de desigualdad.

$$-4x < 12$$

$$\frac{-4x}{-4} = \frac{12}{-4}$$

$$x < -3$$

Compruebe: elija cualquier número mayor que -3. Por ejemplo, si elige el 0 entonces $-4(0)$ es 0 y esto es menor que 12.

$$x > -3$$

La respuesta $x > -3$ tiene sentido.



Tarea de la semana

La tarea "Operando Ecuaciones" se encuentra al final del curso. Esta tarea se entrega juntamente con todas las de este y los demás cursos en forma física en cualquier sede de ISEA antes del 31 de mayo del año en curso.

Semana 04

Competencia:

1. Resuelve situaciones y problemas de carácter formal que demandan el dominio del pensamiento lógico matemático y las operaciones matemáticas de aritmética y álgebra en los conjuntos numéricos reales y complejos.

Indicadores de logro:

- 1.1. Representa información por medio de proposiciones compuestas y tablas de verdad.
- 1.2. Aplica las herramientas provistas por el cálculo proposicional mediante el uso de los métodos de

demostración, en los distintos dominios de las ciencias y en la vida cotidiana.



TEMA 04

Operaciones algebraicas

Las expresiones algebraicas pueden multiplicarse juntas. Una expresión algebraica puede consistir en un número (el **coeficiente**), una letra (la **variable**) o un **exponente**. Cuando se multiplican las variables con exponentes, se pueden sumar los exponentes si las variables son las mismas. Por ejemplo, x^2 , x^3 , y x^5 todas tienen la misma variable base, x . Por tanto $x^2 * x^3 * x^5 = x^{2+3+5} = x^{10}$. Sin embargo, debido a que x^2 y y^3 tienen bases diferentes, no se pueden sumar los exponentes. Por tanto, $x^2 * y^3 = x^2y^3$.

Para multiplicar los exponentes hay que recordar:

1. Conservar la base.
2. Sumar los exponentes con bases similares.
3. Se sobre-entiende que en cualquier variable que no tenga exponente, el exponente es 1, como verá en el siguiente ejemplo.

Ejemplos:

$$x^2 * x^3 = x^{2+3} = x^5$$

$$y^4 * y^7 = y^{4+7} = y^{11}$$

$$x^2y^3 * x^4y^5 = x^{2+4}y^{3+5} = x^6y^8$$

$$x * x^3 = x^4$$

Un término multiplicado por una expresión de un término

1. Multiplique los coeficientes
2. Multiplique las variables. Conserve la misma base y sume los exponentes.

Ejemplos:

$$4x * 7x^2 = 4 * 7 * x^1x^2 = 28x^3$$

$$-3y^2 * 5xy = -3 * 5 * x * y^2 * y = -15xy^3$$

Multiplicar un término por una expresión de dos o más términos

1. Distribuya la multiplicación sobre la expresión multiplicando cada término.

Ejemplos:

$$5x(2x + 3) = 5x * 2x + 5x * 3 = 10x^2 + 15x$$

$$-x(2x^2 + 3x - 7) = -x * 2x^2 - x * 3x - x(-7) = 2x^3 + -3x^2 + 7x = -2x^3 - 3x^2 + 7x$$

Multiplicar una expresión de dos términos por otra expresión de dos términos

1. Multiplique cada término en la primera expresión por cada término en la segunda expresión.

Esto se conoce como el método PEIU, que significa multiplicar el término primero por el término primero, término externo por el término externo, término interno por término interno y último término por último término.

2. Combine los términos semejantes y simplifique el resultado, si es posible.

Ejemplos:

$$(x + 4)(x + 3) = x^2 + 3x + 4x + 12 = x^2 + 7x + 12$$

$$(x - 8)(x + 2) = x^2 + 2x - 8x - 16 = x^2 - 6x - 16$$

Factorización

Algunos problemas requieren factorizar expresiones algebraicas. **Factorizar** significa hallar y separar números que han sido multiplicados para formar ése número. Un ejemplo aritmético puede ilustrar este concepto. Hay dos formas de multiplicación para hallar el número 15: $3 * 5 = 15$ y $15 * 1 = 15$. Se puede decir que 1, 3, 5 y 15 son factores de 15. Los factores son los números que se multiplicaron para obtener el número factorizado.

Factorizar es el proceso de buscar los factores en un problema de multiplicación. Este proceso puede usarse para resolver algunos tipos de ecuaciones y para simplificar algunas expresiones. Las expresiones algebraicas pueden ser la respuesta de un problema de multiplicación. Hay que determinar cuáles fueron las expresiones que se multiplicaron para obtener la expresión dada.

Para encontrar el máximo factor común

La expresión $2x + 10$ tiene dos términos, $2x$ y 10 . Para factorizar $2x + 10$, busque el número más grande que sea factor de ambos $2x$ y 10 .

Ya que: $2x = 2 * x$ $10 = 2 * 5$,
 2 es el **máximo factor común** de ambos términos. Se puede escribir $2x + 10 = 2(x + 5)$ en **forma de factor**.

Ejemplo 1 Factorice $7x^2 + 14x$		
Paso 1	Busque los factores comunes.	$7x^2 + 14x$
	7 y x son factores comunes	$7 * x * x + 2 * 7 * x$
Paso 2	Para comprobar esta expresión factorizada, multiplique 7x por x + 2 para asegurarse que el	$7x(x + 2)$ $= 7x * x + 7x * 2$ $= 7x^2 + 14x$

Ejemplo 2 Factorice $65y^3 - 35y^2 + 15y$		
Paso 1	Busque los factores comunes.	$65y^3 - 35y^2 + 15y$
	5 y y son los factores	$= 5y * 13y^2 - 5y * 7y + 5y * 3$
Paso 2	Escriba los factores comunes delante de los paréntesis que contienen el resto de la	$5y(13y^2 - 7y + 3)$

Ejemplo 3 Factorice $3x^2 + x$		
Paso 1	Busque los factores comunes, x es el factor común en ambos términos.	$3x^2 + x$
	Note que 1 es un factor de x;	$3 * x * x + 1 * x$
Paso 2	Escriba el factor común delante de los paréntesis que contienen el resto de la	$x(3x + 1)$

Factorización por agrupación

En una expresión de cuatro términos o más, se puede usar el método de **factorización por agrupación** para factorizar la expresión. Se separan los cuatro términos de la expresión en pares de términos. Después, se factoriza el factor común de cada par. Si fuera posible, se factoriza el factor común de los resultados.

1. Separe los cuatro términos en pares que tengan factores comunes.
2. Factorice el factor común de cada par de términos.

3. Coloque el factor común enfrente de los otros factores.

Ejemplo 1 $x^2 + 5x + 2x + 10$		
Paso 1	Separe en pares de términos.	$(x^2 + 5x) + (2x + 10)$
Paso 2	Factorice cada par.	$x(x + 5) + 2(x + 5)$
Paso 3	Coloque el factor común (x + 5) adelante y el resto de las partes de los términos en el segundo paréntesis.	$(x + 5)(x + 2)$

Ejemplo 1 $2y^2 - 8y + 3y - 12$		
Paso 1	Separe en pares de términos.	$(2y^2 - 8y) + (3y - 12)$
Paso 2	Factorice cada par.	$2y(y - 4) + 3(y - 4)$
Paso 3	Coloque el factor común (y - 4) adelante, y el resto de las partes de los términos en el segundo paréntesis.	$(y - 4)(2y + 3)$

Factorización invirtiendo el método PEIU

Una expresión que tiene *dos o tres términos*, empieza con un término x^2 , y termina con una constante, puede factorizarse invirtiendo el método PEIU de multiplicación. Para comenzar, observemos los factores y el signo del término constante. Elijamos los factores y signos adecuados que se combinarán para formar el coeficiente del término en x de en medio. Después, escribamos los factores entre paréntesis usando x y los factores y signos adecuados. Los siguientes ejemplos nos ayudarán a entender este proceso.

Ejemplo 1 $x^2 + 7x + 10$		
Paso 1	Note que $x^2 = x * x$	$x^2 + 7x + 10$
Paso 2	Factorice el término constante, que es aquel que no tiene variable asociada. Ya que el coeficiente del término en x de en medio es +7, elija los factores 2 y 5, que sumados dan 7, además multiplicándolos	+10 =
		1 * 10
		ó (-1)(-10)
		ó 2 * 5
		ó (-2)(-5)

Paso 3	Escriba la respuesta usando paréntesis y empezando con x seguida por los factores numéricos.	$(x + 2)(x + 5)$
Paso 4	Para comprobar la respuesta, se puede usar el método PEIU para multiplicar los factores.	$(x + 2)(x + 5)$ $= x^2 + 7x + 10$

Ejemplo 2 $x^2 - 11x + 10$		
Paso 1	Note que $x^2 = x * x$	$x^2 - 11x + 10$
Paso 2	Factorice el término constante. Ya que el coeficiente del término en x de en medio es -11, elija los factores -1 y -10, que sumados dan 11.	$+10 =$ $1 * 10$ $\text{ó } (-1)(-10)$ $\text{ó } 2 * 5$ $\text{ó } (-2)(-5)$
Paso 3	Escriba la respuesta usando paréntesis y empezando con x seguida por los factores numéricos.	$(x - 1)(x - 10)$
Paso 4	Para comprobar la respuesta, se puede usar el método PEIU para multiplicar los factores.	$(x - 1)(x - 10)$ $= x^2 - 11x + 10$

Ejemplo 3 $x^2 + 3x - 10$		
Paso 1	Note que $x^2 = x * x$	$x^2 + 3x - 10$
Paso 2	Factorice el término constante. Ya que el coeficiente del término en x de en medio es +3, elija los factores -2 y 5, que sumados dan +3.	$+10 =$ $1 * -10$ $\text{ó } (-1)(10)$ $\text{ó } 2 * -5$ $\text{ó } (-2)(5)$
Paso 3	Escriba la respuesta usando paréntesis y empezando con x seguida por los factores numéricos.	$(x - 2)(x + 5)$

Paso 4	Para comprobar la respuesta, se puede usar el método PEIU para multiplicar los factores.	$(x - 2)(x + 5)$ $= x^2 + 3x - 10$
---------------	--	---------------------------------------

Ejemplo 4 $x^2 - 25$		
Paso 1	Note que $x^2 = x * x$	$x^2 - 25$
Paso 2	Factorice el término constante. Ya que no hay un término de x al medio, el coeficiente es 0, elija los factores 5 y -5, que	$-25 =$ $(-1)(25)$ $\text{ó } (1)(-25)$ $\text{ó } (5)(-5)$
Paso 3	Escriba la respuesta usando paréntesis y empezando con x seguida por los factores numéricos.	$(x + 5)(x - 5)$
Paso 4	Para comprobar la respuesta, se puede usar el método PEIU para multiplicar los factores.	$(x + 5)(x - 5)$ $= x^2 - 25$



Tarea de la semana

La tarea "Operaciones algebraicas" se encuentra al final del curso.

Semana 05

Competencia:

1. Produce patrones aritméticos, algebraicos y geométricos, aplicando propiedades y relaciones.

Indicadores de logro:

1.2 Resuelve problemas que involucran cálculo de medidas y

aplicación de propiedades de figuras planas y cuerpos sólidos.

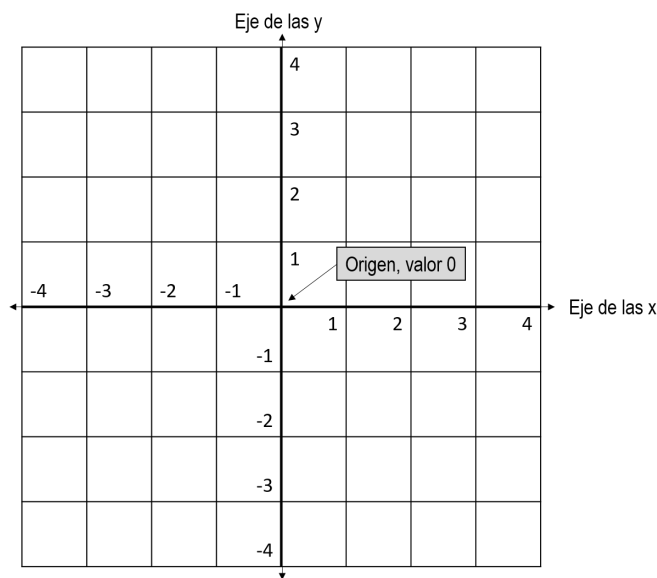
1.3 Aplica la trigonometría a la resolución de problemas.



TEMA 05

Gráfica de coordenadas

Las gráficas se utilizan para mostrar datos visualmente. Las gráficas también se pueden usar para representar una ecuación. Para entender la gráfica de una ecuación hay que aprender primero cómo se indican los puntos en una cuadrícula. La cuadrícula se llama Plano **rectangular de coordenadas**. Una recta numérica horizontal denominada **eje de las x** y una recta de números vertical denominada **eje de las y** se interceptan en un punto denominado el **origen**.



Cada punto en la gráfica está identificado por un par ordenado de números (x, y) . El primer número en el par ordenado se denomina coordenada x (o abscisa), y el segundo número se denomina coordenada y (o ordenada). El orden de las coordenadas es muy importante. La coordenada x está siempre dada por el primer valor en el par ordenado y la coordenada y está siempre dado por el segundo.

Marcar las coordenadas (x, y)

1. Comience en el origen $(0, 0)$

2. Conociendo x :

- Si la x es positiva, muévase x unidades hacia la derecha.
- Si la x es negativa, muévase x unidades hacia la izquierda.

c. Si x es 0, no se mueva.

3. Conociendo y :

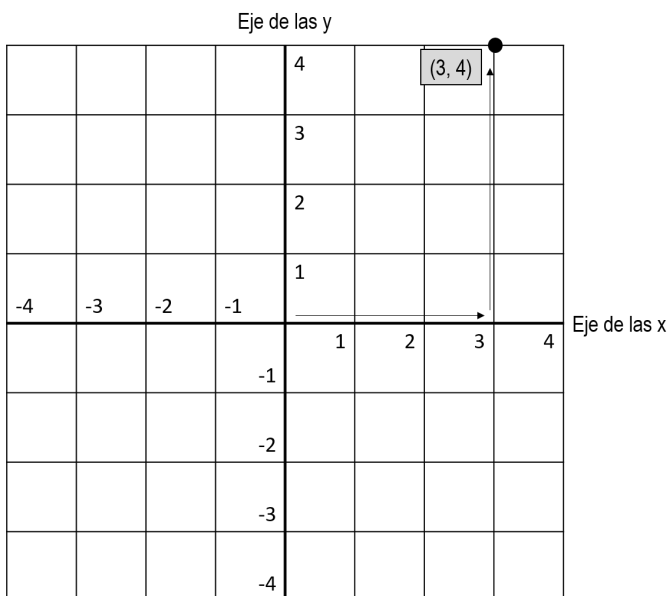
- Si la y , es positiva muévase y unidades hacia arriba.
- Si la y es negativa, muévase y unidades hacia abajo.
- Si la y es 0, no se mueva.

4. Marque un punto en ése lugar y rotule el par ordenado (x, y) .

Ejemplo 1: Marque en la gráfica el punto $(3, 4)$

- ◆ Comience en el origen.
- ◆ x es igual a 3: muévase 3 unidades hacia la derecha.
- ◆ y es igual a 4: muévase 4 unidades hacia arriba.
- ◆ Marque un punto en ese lugar.

Ejemplo 2: Marque en la gráfica el punto $(-3, 2)$

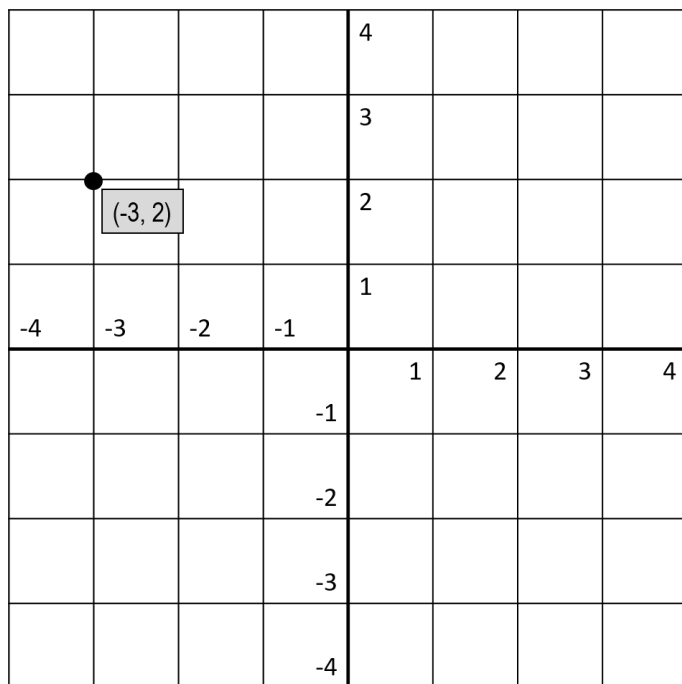


Comience en el origen.

x es igual a -3: muévase 3 unidades hacia la izquierda.

y es igual a 2: Muévase 2 unidades hacia arriba.

Marque un punto en ese lugar.



Tarea

La tarea "Gráfica de Coordenadas" se encuentra al final del curso.

TEMA 06



Distancia entre dos puntos

Hay dos métodos para hallar la distancia entre dos puntos en una gráfica. Un método es **contar el número de unidades** entre los puntos. Se puede usar este método cuando los dos puntos están en la misma recta horizontal o en la misma recta vertical. El segundo método es usar **la fórmula de la distancia entre dos puntos**. Se puede usar este método para hallar la distancia entre dos puntos cualquiera, estén o no en la misma recta horizontal o vertical.

Conteo

Para hallar la distancia entre el punto A y el punto B como se muestra en la imagen de la derecha, cuenta las unidades que hay entre A y B. Como los puntos están en la misma recta vertical, la distancia es de **4 unidades**.

Para hallar la distancia entre el punto B y el punto E, como se muestra en la imagen de la derecha, cuente las unidades que hay entre B y E. Ya que los puntos se encuentran en la misma recta horizontal, la distancia es de **6 unidades**.

Usar una fórmula

Para hallar la distancia entre dos puntos cualquiera, se puede usar la fórmula de la distancia

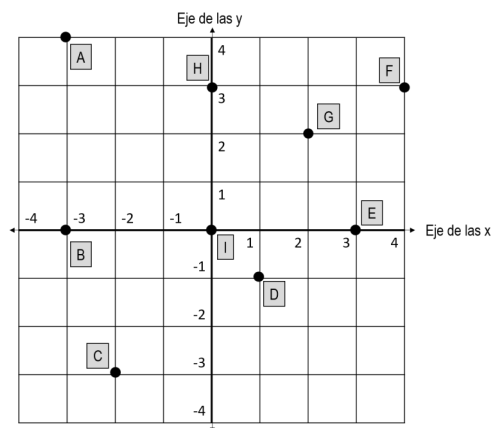
para los puntos (x_2, y_2) y (x_1, y_1) .

En la fórmula, x_1 es la coordenada x de un punto marcado en la gráfica, y x_2 es la coordenada x del otro punto. Similarmente, y_1 es la coordenada y del primer punto y y_2 es la coordenada y del segundo punto.

Por ejemplo, en los puntos $(4, 2)$ y $(3, -3)$,

$$x_1 = 4 \text{ y } x_2 = 3,$$

$$y_1 = 2 \text{ y } y_2 = -3.$$



Usando la gráfica, observe los siguientes ejemplos. Cada ejemplo usa la fórmula de la distancia para encontrar dos puntos dados.

Ejemplo 1

Halle la distancia del punto A al punto I.

Sea el punto A $(x_1, y_1) = (-3, 4)$.

Sea el punto I $(x_2, y_2) = (0, 0)$

Por tanto $x_1 = -3$ y $x_2 = 0$, $y_1 = 4$ y $y_2 = 0$.

$$\begin{aligned} d &= \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \\ d &= \sqrt{(0 - (-3))^2 + (0 - 4)^2} \\ d &= \sqrt{(3)^2 + (-4)^2} \\ d &= \sqrt{9 + 16} \\ d &= \sqrt{25} \\ d &= 5 \end{aligned}$$

Ejemplo 2

Halle la distancia del punto C al punto F.

Sea el punto C $(x_1, y_1) = (-2, -3)$.

Sea el punto F $(x_2, y_2) = (4, 3)$

Por tanto $x_1 = -2$ y $x_2 = 4$, $y_1 = -3$ y $y_2 = 3$.

$$\begin{aligned} d &= \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \\ d &= \sqrt{(4 - (-2))^2 + (3 - (-3))^2} \\ d &= \sqrt{(6)^2 + (6)^2} \\ d &= \sqrt{36 + 36} \\ d &= \sqrt{72} \\ d &= 8.49 \end{aligned}$$

(use la calculadora para hallar la raíz cuadrada de ser necesario)

Use la fórmula de la distancia solamente si los puntos no están en una recta horizontal o vertical. Si los puntos están en la misma recta horizontal o vertical, simplemente cuente las unidades entre ellos.



Tarea

La tarea "Distancia entre dos puntos" se encuentra al final del curso.

TEMA 07



La gráfica de una línea

Una ecuación que muestra la relación entre x y y a la primera potencia se llama **ecuación lineal**. En esta lección estudiaremos cómo determinarla.

La gráfica de la ecuación es el conjunto de todos los puntos determinados por la ecuación. Todos estos puntos se encuentran en una línea recta. Note que la palabra *lineal* contiene la palabra *línea*.

Por ejemplo, $y = x + 4$ es una ecuación lineal. Para obtener un conjunto de puntos que sigan la regla de la ecuación, hay que sustituir valores de x en la ecuación para obtener valores correspondientes de y . Se pueden seleccionar tres valores arbitrariamente. Supongamos que 0, 1 y 2 son los valores a sustituir por x .

Para $x = 0$, $y = x + 4$ viene a ser $y = 0 + 4 = 4$.

Por tanto, cuando $x = 0$, entonces $y = 4$.

Esto da el par ordenado (0, 4).

Para $x = 1$, $y = x + 4$ viene a ser $y = 1 + 4 = 5$.

Por tanto, cuando $x = 1$, entonces $y = 5$.

Esto da el par ordenado (1, 5).

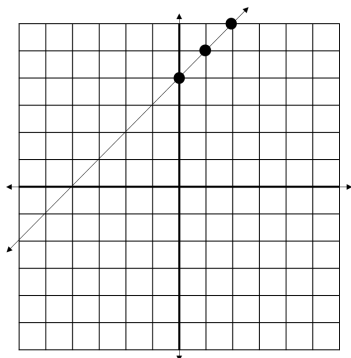
Para $x = 2$, $y = x + 4$ viene a ser $y = 2 + 4 = 6$.

Por tanto, cuando $x = 2$, entonces $y = 6$.

Esto da el par ordenado (2, 6).

Si se marcan los pares ordenados en una gráfica y se traza una línea que los conecte, se obtiene la línea que representa todos los pares ordenados que satisfacen la ecuación $y = x + 4$.

La gráfica siguiente muestra los puntos y la línea.



Tarea

La tarea "Gráfica de una línea" se encuentra al final del curso.

TEMA 08

Intersecciones

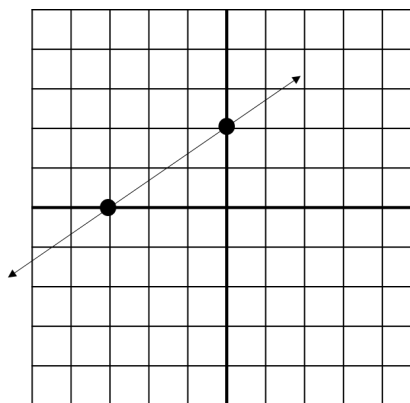
Una intersección es un punto coordinado localizado en uno de los ejes. En esta lección, aprenderemos cómo encontrar las intersecciones en un plano cartesiano.



Una intersección es un punto coordinado localizado en uno de los ejes. Una línea cruza el eje y en un punto denominado **intersección en y** y cruza el eje x en un punto denominado **intersección en x** .

Veamos el siguiente ejemplo:

$$3y = 2x + 6$$



La gráfica de para la $3y = 2x + 6$ la línea ecuación cruza el eje x en la intersección en $x(-3, 0)$ y cruza el eje y en la intersección $y(0, 2)$.

¿Cómo hallar intersecciones?

1. Para hallar la intersección en x de una línea, sustituya 0 por y en la ecuación y resuelva para x .

Ejemplo 1:

En la ecuación $y = x + 2$

Sustituya 0 por y $0 = x + 2$

Resuelve para x $0 - 2 = x + 2 - 2$
 $-2 = x$

2. La intersección x es $(-2, 0)$. Note que y en el par ordenado es 0. Para hallar la **intersección en y** de una línea, sustituya 0 por x en la ecuación y resuélvala para y .

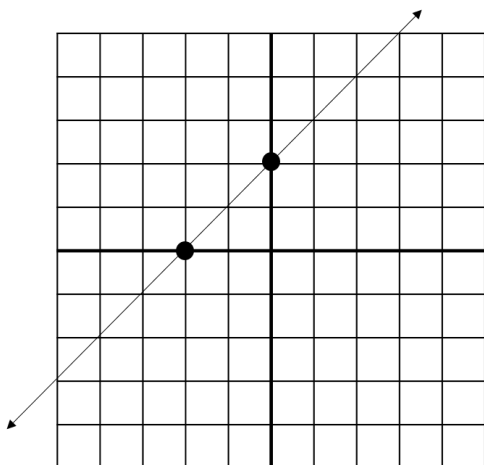
Ejemplo 2:

En la ecuación $y = x + 2$

Sustituya 0 por x $y = 0 + 2$

Resuelva para y $y = 2$

La intersección en y es $(0, 2)$. Note que la x en el par ordenado es 0.



Tarea



La tarea "Intersecciones" se encuentra al final del curso. Esta tarea se entrega juntamente con todas las de este y los demás cursos en forma física en cualquier sede de ISEA antes del 31 de mayo del año en curso.

TEMA 09



Pendiente de una recta.

Una ecuación cuya gráfica es una recta, tiene un número especial asociado con la recta. El número es la **pendiente** de la recta. La pendiente es la **razón** del cambio de los valores de y para el cambio de valores de x cuando se va de un punto a otro de la recta.

Para dos puntos en general, (x_2, y_2) y (x_1, y_1) , la pendiente es:

La pendiente es el $\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ cambio en los valores de y sobre el cambio de los valores de x .

¿Cómo hallar la pendiente en la recta?

1. Elija dos puntos en la recta.
2. Reste las coordenadas y para determinar el cambio en y .
3. Reste las coordenadas de x para determinar el cambio en x .
4. Espacio escriba la pendiente como razón.
5. Reduzco simplifica la razón.

Ejemplo 1:

Halle la pendiente de la recta que contiene los puntos $(2, 1)$ y $(-2, -1)$.

Reste las coordenadas y para hallar el cambio en y :

$$1 - (-1) = 1 + 1 = 2$$

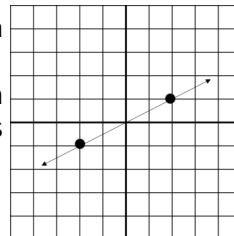
Reste las coordenadas para hallar el cambio en x

$$2 - (-2) = 2 + 2 = 4$$

Pendiente =

La pendiente $\frac{\text{Cambio en } y}{\text{Cambio en } x} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$ es $1/2$. La recta tiene una

pendiente positiva, que indica que la recta se inclina hacia arriba. Al desplazarse de un punto a otro en la recta, se eleva una unidad por cada dos unidades recorridas hacia la derecha.



Ejemplo 2:

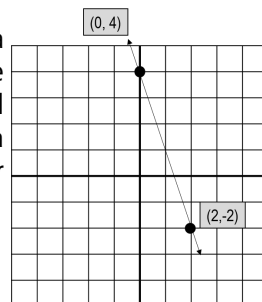
Halle la pendiente de la línea trazada en la gráfica siguiente.

Sea $(x_2, y_2) = (0, 4)$ y $(x_1, y_1) = (2, -2)$.

Pendiente =

$$\frac{\text{Cambio en } y}{\text{Cambio en } x} = \frac{4 - (-2)}{0 - 2} = \frac{6}{-2} = -3$$

La pendiente es -3 . La recta tiene una pendiente negativa, lo que indica que la recta se inclina hacia abajo. Al desplazarse de un punto a otro en la recta, se desciende tres unidades por cada unidad recorrida hacia la derecha.



¡Importante!

- ♦ Si la pendiente de una recta es un número positivo, la recta se inclina hacia arriba. Si la pendiente de la recta su número negativo, la recta se inclina hacia abajo.
- ♦ Una recta que es paralela al eje de las X tiene una pendiente de 0. Una recta que es paralela al eje de las Y no tiene pendiente.

Tarea

La tarea "Pendiente de una recta" se encuentra al final del curso.



Semana 06

Competencia:

1. Produce patrones aritméticos, algebraicos y geométricos, aplicando propiedades y relaciones.

Indicadores de logro:

1.1 Aplica la factorización de polinomios al simplificar fracciones algebraicas y dividir polinomios.

Competencia:

5. Aplica métodos de razonamiento, el lenguaje y la simbología matemática en la interpretación de situaciones de su entorno.

Indicadores de logro:

5.1 Propone modificaciones en el mejoramiento de estrategias de resolución de problemas.

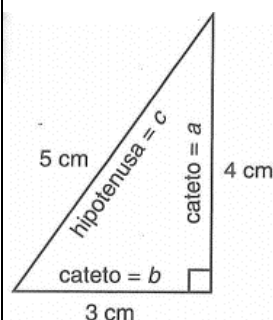


TEMA 10

Teorema de Pitágoras

Los antiguos egipcios descubrieron una propiedad especial de los triángulos cuyos lados miden 3, 4 y 5 unidades. Se dieron cuenta que el ángulo opuesto al lado más largo es siempre un ángulo recto. Los antiguos griegos comprendieron por qué existe esta relación y la denominaron el teorema o la relación de Pitágoras, en honor al matemático griego de Pitágoras. En la presente lección, estudiaré a fondo el tema del teorema de Pitágoras.

El teorema de Pitágoras explica la relación especial que existe entre los catetos (los lados más cortos) y la hipotenusa (el lado más largo) del triángulo. Establece que en un triángulo rectángulo la suma del cuadrado de las longitudes de los catetos es igual al cuadrado de la longitud de la hipotenusa. Observemos que un triángulo 3-4-5 es siempre un triángulo rectángulo, pero un triángulo rectángulo no siempre es un triángulo 3-4-5.



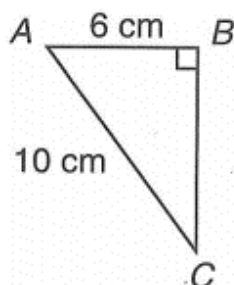
El teorema de Pitágoras

$a^2 + b^2 = c^2$, donde a y b son los catetos y c es la hipotenusa del triángulo rectángulo.

Se puede usar el teorema de Pitágoras para calcular la longitud desconocida de un triángulo rectángulo.

Ejemplo 1

¿Cuál es la longitud del lado BC del triángulo que se muestra a continuación?



Paso 1	Identifique los catetos y la hipotenusa.	Los lados AB y BC son los catetos. El lado AC es la hipotenusa. Siempre se encuentra en el lado opuesto al ángulo recto.
Paso 2	Asigne una variable.	Sea b la medida del lado BC, un cateto, la medida que falta.
Paso 3	Aplique la relación de Pitágoras.	$a^2 + b^2 = c^2$ $6^2 + b^2 = 10^2$ $36 + b^2 = 100$ $b^2 = 64$ $b = \sqrt{64}$ $b = 8$

Dada las longitudes de los lados del triángulo, se puede usar el teorema de Pitágoras para determinar si el triángulo es rectángulo o no.

Tomemos en cuenta que con los problemas de triángulos 3-4-5 generalmente se usan los múltiplos o los dividendos para representarlos: 6—8—10, 9—12—15 y 1.5—2—2.5.



Tarea

La tarea "Teorema de Pitágoras" se encuentra al final del curso.

Semana 07

Competencia:

1. Produce patrones aritméticos, algebraicos y geométricos, aplicando propiedades y relaciones.

Indicadores de logro:

1.3 Aplica la trigonometría a la resolución de problemas.



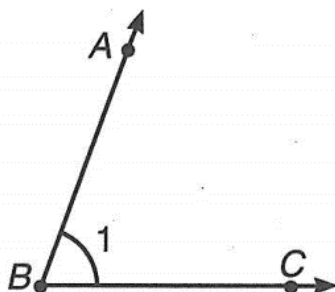
TEMA 11

Tipos de ángulos

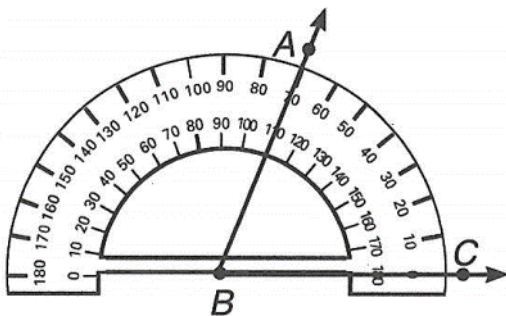
Una **Recta**, es una sucesión infinita de puntos que tienen la misma dirección. La recta no tiene ni principio ni fin. Por dos puntos del plano pasa una única recta. Un **Ángulo** es la región del plano comprendida entre dos semirrectas (lados) que tienen el mismo origen (vértice).

Un ángulo es el espacio o apertura formado por un par de rectas, o rayos, que se extienden desde un punto común, el vértice. Se usan tres letras para nombrar los ángulos: uno para un punto sobre un rayo, otra para el vértice y una para un punto sobre el otro rayo. También pueden nombrarse usando la letra del vértice o un número escrito dentro del ángulo. El símbolo de ángulo es $\angle$.

A este ángulo se le puede llamar $\angle ABC$, $\angle B$ o $\angle 1$.



Los ángulos se miden en grados ($^\circ$) con un transportador. Cuando el rayo BC se ubica en la parte baja del transportador, la medida del ángulo se lee sobre la escala que empieza en 0. La medida (m) del ángulo ABC es 70° , o en símbolos, $m\angle ABC = 70^\circ$.



Los ángulos se clasifican según sus medidas. Estas medidas se basan en el hecho de que el círculo tiene 360° . Al medir un ángulo, en realidad se mide el número de grados (o parte del círculo) contenido en el espacio entre dos rayos.

Un ángulo recto mide exactamente 90°	Un ángulo agudo mide menos de 90°
Un ángulo obtuso mide más de 90° , pero menos de 180°	Un ángulo llano mide exactamente 180°
Un ángulo cóncavo mide más de 180° pero menos de 360°	

También existen relaciones entre ángulos según la suma de sus medidas. (Clave para recordar: 90 viene antes de 180; la c viene antes que la s).

◆ Si la suma de las medidas de dos ángulos es 90° , los ángulos se llaman ángulos complementarios.

- ♦ Si la suma de las medidas de dos ángulos es 180° , los ángulos se llaman ángulos suplementarios.



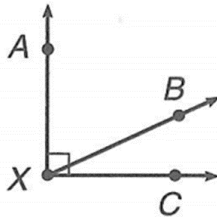
¡Importante!

A menudo es útil escribir las medidas en el diagrama (dibujo del ángulo). Si no hay diagrama, bosqueje los datos del problema para guiarse.

Ejemplo 1:

Si $\angle BXC$ mide 25° , ¿cuál es la medida de $\angle AXB$?

Los ángulos son complementarios porque $\angle AXC$ tiene un símbolo de ángulo recto; y un ángulo recto mide 90° .

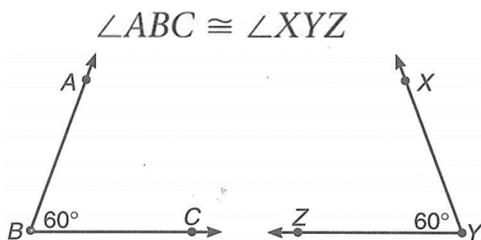


Paso 1	Escriba una ecuación	$m\angle AXB + m\angle BXC = 90^\circ$
Paso 2	Sustituya las medidas conocidas	$m\angle AXB + 25^\circ = 90^\circ$
Paso 3	Resuelva. Reste 25 de ambos	$m\angle AXB = 65^\circ$

La medida de $\angle AXB$ es 65° .

Ángulos congruentes y ángulos opuestos por el vértice

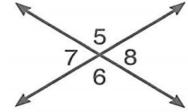
Existen otras relaciones entre ángulos. A los ángulos que tienen medidas iguales se les llama ángulos congruentes. En la siguiente figura, el ángulo ABC es congruente con el ángulo XYZ. Los ángulos son congruentes aun cuando no tengan la misma dirección. El símbolo $\cong$ significa "es congruente con".



Algunos ángulos tienen una relación especial en razón de su ubicación respecto de los demás. Cuando dos rectas se intersectan o cruzan se forman cuatro ángulos. Los ángulos que se encuentran en lados opuestos se llaman ángulos opuestos por

el vértice. Cada par de ángulos opuestos por el vértice es congruente.

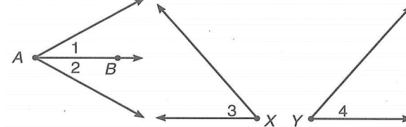
$$\begin{aligned}\angle 5 &\cong \angle 6 & m\angle 5 &= m\angle 6 \\ \angle 7 &\cong \angle 8 & m\angle 7 &= m\angle 8\end{aligned}$$



También se puede describir a los ángulos como adyacentes o no adyacentes. Los ángulos adyacentes tienen un vértice y un rayo común.

$\angle 1$ y $\angle 2$ son adyacentes. Comparten el vértice A y el rayo AB (también representado por $\overrightarrow{AB}$).

$\angle 3$ y $\angle 4$ son ángulos no adyacentes.

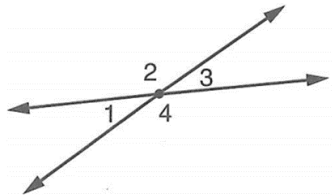


Muchos problemas de Geometría requieren la aplicación del razonamiento lógico para calcular ángulos congruentes. Usemos nuestro conocimiento de las propiedades de los ángulos para resolver los problemas de Geometría.

Ejemplo 2

El ángulo 1 de la figura mide 30° .

Calcule las medidas de los ángulos 2, 3 y 4.



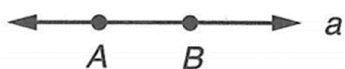
Paso 1	Asigne los valores conocidos.	$m\angle 1 = 30^\circ$
Paso 2	Identifique las relaciones conocidas	
	(a) ángulos suplementarios	$m\angle 1 + m\angle 2 = 180^\circ$
	(b) ángulos opuestos por el vértice	$m\angle 1 = m\angle 3$; $m\angle 2 = m\angle 4$
Paso 3	Resuelva. Calcule los valores desconocidos.	(a) $m\angle 1 + m\angle 2 = 30^\circ + m\angle 2 = 180^\circ$; $m\angle 2 = 150^\circ$ (b) $m\angle 3 = 30^\circ$; $m\angle 4 = 150^\circ$

Las medidas de los ángulos son $m\angle 2 = 150^\circ$; $m\angle 3 = 30^\circ$, y $m\angle 4 = 150^\circ$.

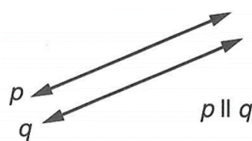
Tipos de rectas

En geometría se dibujan flechas en los extremos de una recta para indicar que se extiende infinitamente en ambas direcciones.

Una recta puede llevar el nombre de dos puntos marcados en ella. La recta que se muestra aquí es la "recta AB" $\leftrightarrow$. También puede ser nombrada con una letra minúscula (recta a).

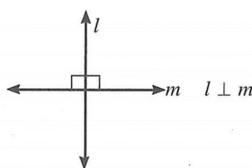


- Dos rectas sobre un mismo plano (superficie plana) se intersectan (se cruzan) o son paralelas. Las rectas paralelas nunca se intersectan. Tienen exactamente la misma pendiente.



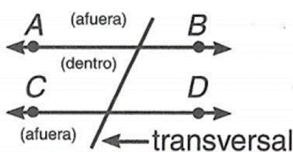
El símbolo $\parallel$ significa "Paralelo a".

- Como hemos visto, las rectas que se intersectan forman ángulos opuestos por el vértice. Cuando dos rectas se intersectan formando ángulos rectos, las rectas son perpendiculares.



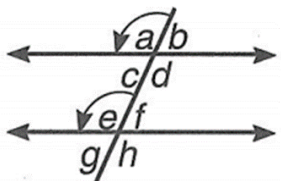
El símbolo que indica rectas perpendiculares es $\perp$.

- Cuando una recta, llamada transversal, cruza a dos o más rectas paralelas, se forman pares de ángulos especiales. En la figura de la derecha, la transversal intersecta a la recta AB y a la recta CD. Observemos que algunos de los ángulos formados están dentro de las rectas paralelas y otros afuera.



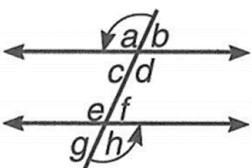
- Ya sabemos que los ángulos opuestos por el vértice tienen la misma medida ($\angle a$ y $\angle d$; $\angle b$ y $\angle c$; $\angle e$ y $\angle h$; $\angle f$ y $\angle g$). Los pares de ángulos siguientes también miden siempre lo mismo (congruentes).

Los ángulos correspondientes se encuentran en la misma posición respecto a la transversal. Es decir, están sobre el mismo lado de la transversal, ya sea sobre o debajo de las rectas paralelas.



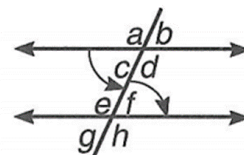
$\angle a$ y $\angle e$; $\angle b$ y $\angle f$; $\angle c$ y $\angle g$; $\angle d$ y $\angle h$

Los ángulos alternos externos se encuentran siempre por fuera de las rectas paralelas y en los lados opuestos de la transversal.



$\angle a$ y $\angle h$; $\angle b$ y $\angle g$

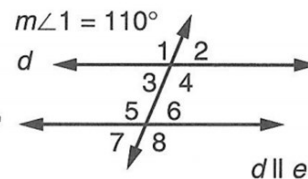
Los ángulos alternos internos se encuentran siempre dentro de las rectas paralelas y en los lados opuestos de la transversal.



$\angle c$ y $\angle f$; $\angle d$ y $\angle e$

Ejemplo 3:

Si conocemos la medida de uno de los ángulos, podemos calcular las medidas de los demás. A menudo, hay varias maneras de determinar los demás ángulos.



Si la medida del $\angle 1$ es 110° , ¿cuál es la medida del $\angle 6$?

Paso 1	Identifique el ángulo que se relacione tanto con los ángulos conocidos como con los ángulos desconocidos.	
	Los ángulos 1 y 5 son correspondientes (congruentes).	$m\angle 1 = m\angle 5$
	Los ángulos 5 y 6 son suplementarios.	$m\angle 5 + m\angle 6 = 180^\circ$
Paso 2	Calcule la medida del ángulo identificado en el Paso 1. Dado que el $m\angle 1 = 110^\circ$, y $m\angle 1 = m\angle 5$	$m\angle 5 = 110^\circ$
Paso 3	Calcule la medida del ángulo desconocido. $m\angle 5 + m\angle 6 = 180^\circ$; $m\angle 5 = 110^\circ$	$m\angle 6 = 180^\circ - 110^\circ = 70^\circ$



Tarea

La tarea "Tipos de ángulos" se encuentra al final del curso.

Semana 08

Competencia:

1. Produce patrones aritméticos, algebraicos y geométricos, aplicando propiedades y relaciones.

Indicadores de logro:

1.2 Resuelve problemas que involucran cálculo de medidas y aplicación de propiedades de figuras planas y cuerpos sólidos.

1.3 Aplica la trigonometría a la resolución de problemas.

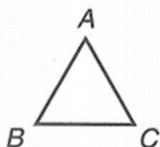


TEMA 12

Triángulos y cuadriláteros

Un triángulo tiene tres lados y tres ángulos y recibe el nombre de sus vértices (en cualquier orden). En la presente lección, desarrollaremos a fondo el tema de los triángulos y los cuadriláteros.

Un triángulo tiene tres lados y tres ángulos y recibe el nombre de sus vértices (en cualquier orden). Identifique un lado del triángulo por las dos letras que nombran sus vértices al final de cada lado. En el $\triangle ABC$, los lados son $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ y $\overline{AC}$.

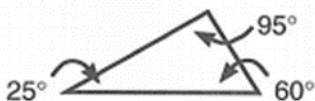


El nombre de un triángulo depende del largo de sus lados y las medidas de sus ángulos.

Los lados de los triángulos siguientes determinan su nombre.

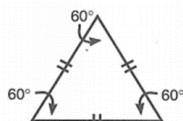
Triángulo escaleno

Ninguno de sus lados ni sus ángulos es congruente.



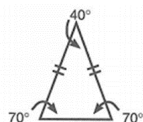
Triángulo equilátero

Todos sus lados y ángulos son congruentes. Cada ángulo mide 60° .



Triángulo isósceles

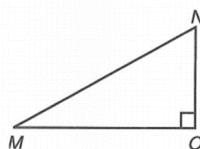
Son congruentes dos de sus lados y los dos ángulos opuestos a ellos.



Las medidas de sus ángulos determinan el nombre de los siguientes triángulos.

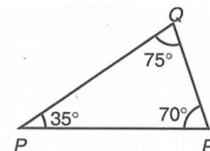
Triángulo rectángulo

Uno de sus ángulos es recto (igual a 90°).

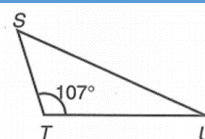


Triángulo acutángulo

Todos sus ángulos son agudos (menos de 90°).



Triángulo obtusángulo



En todo triángulo, la suma de las medidas de sus ángulos es 180° . (Nota: un triángulo sólo puede tener un ángulo recto u obtuso. Los otros dos deben ser agudos.)

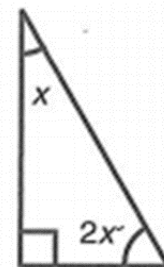
¡Importante!

Los símbolos $|$ y $\parallel$ con los que se marcan los lados muestran qué lados son congruentes. Recuerde que congruente significa igual.



Ejemplo 1

En un triángulo rectángulo, uno de los ángulos agudos mide el doble de lo que mide el otro. ¿Cuál es la medida del ángulo mayor?



Paso 1

Hagamos un bosquejo. Un triángulo rectángulo tiene un ángulo recto. ($m = 90^\circ$)

Paso 2	Determine los elementos desconocidos.	Supongamos que $x =$ la medida del ángulo agudo menor. Supongamos que $2x =$ la medida del ángulo agudo mayor.
Paso 3	Escribamos una ecuación.	$x + 2x + 90^\circ = 180^\circ$
Paso 4	Resolvamos.	$3x + 90^\circ = 180^\circ$ $3x + 90^\circ - 90^\circ = 180^\circ - 90^\circ$ $3x = 90^\circ$ $3x/x = (90^\circ)/3$ $x = 30^\circ$; Por lo tanto, $x = 30^\circ$ y $2x = 60^\circ$

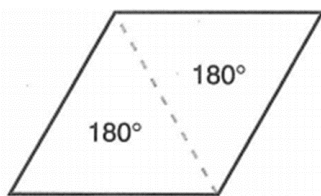
El ángulo mayor mide 60° .

Cuadriláteros

Un cuadrilátero es una figura geométrica de cuatro lados. Una figura de cuatro lados también tiene cuatro ángulos, y sus cuatro ángulos suman 360° .

Para probarlo, dibuje un cuadrilátero cualquiera y luego trace un segmento llamado diagonal, entre los vértices de dos ángulos opuestos. La diagonal divide al cuadrilátero en dos triángulos. Usted sabe que los tres ángulos de un triángulo suman 180° . Puesto que hay dos triángulos, la suma de los ángulos de un cuadrilátero debe ser $180^\circ + 180^\circ = 360^\circ$.

Los siguientes son los cuadriláteros más comunes.



Paralelogramo	Rectángulo
Sus lados opuestos son paralelos y congruentes. Los ángulos opuestos tienen igual medida.	Es un tipo especial de paralelogramo cuyos cuatro ángulos son rectos.

Rombo	Cuadrado
Es un tipo especial de paralelogramo cuyos cuatro lados tienen la misma longitud.	Es un paralelogramo / rombo / rectángulo cuyos cuatro lados tienen la misma longitud y sus cuatro ángulos son rectos.
Trapezio	
Sólo tienen un par de lados paralelos, llamados bases.	

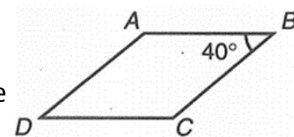


¡Importante!

Escriba expresiones algebraicas sobre el cuadrilátero para recordar lo que representan las variables.

Ejemplo 2

El ángulo B del rombo siguiente mide 40° . ¿Cuánto mide el $\angle C$?



Paso 1	Identifique los valores conocidos	$m\angle B = 40^\circ$
Paso 2	Identifique las relaciones conocidas. Los ángulos opuestos son iguales.	La suma de los ángulos = 360° $m\angle D = 40^\circ$; $m\angle C = m\angle A$
Paso 3	Determine los valores desconocidos.	sea $x = m\angle C$ (y $m\angle A$)
Paso 4	Escriba una ecuación.	$m\angle A + m\angle B + m\angle C + m\angle D = 360^\circ$
Paso 5	Sustituya los valores conocidos.	$x + 40^\circ + x + 40^\circ = 360$ $2(40^\circ) + 2x = 360^\circ$
Paso 6	Resuelva los valores desconocidos.	$80^\circ + 2x = 360^\circ$ $2x = 280^\circ$; $x = 140^\circ$

La medida del $\angle C$ es 140° .

Figuras congruentes

Dos figuras congruentes tienen la misma forma y medida. Una manera de saber si dos figuras son congruentes es colocar una figura sobre la otra para ver si sus lados y ángulos se alinean perfectamente. A veces, también es posible saber si son congruentes a simple vista. Sin embargo, para identificar las figuras que “parecen” ser congruentes, debemos verificarlos.

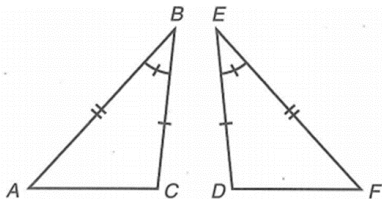
Consideremos los triángulos. Los triángulos congruentes tienen exactamente la misma forma y medida. Tienen vértices, lados y ángulos correspondientes. Se usan marcas para indicar qué partes son congruentes.

Existen tres reglas para verificar que dos triángulos son congruentes. Dos triángulos son congruentes si se cumple cualquiera de las siguientes reglas:

- REGLA 1** Los tres lados (LLL) son congruentes.
- REGLA 2** Dos lados y el ángulo entre ellos (LAL) son congruentes.
- REGLA 3** Dos ángulos y el lado entre ellos (ALA) son congruentes.

Ejemplo 3

¿Son congruentes los triángulos ABC y FDE?



Paso 1	Identifique las partes congruentes dadas.	$AB \cong FE$, $BC \cong ED$ $\angle B \cong \angle E$
Paso 2	Identifique las relaciones conocidas.	Hay dos pares de lados congruentes. Los ángulos entre los lados congruentes también son congruentes. (LAL)
Paso 3	Identifique la información adicional que se necesita.	Ninguna.
Paso 4	Saque una conclusión.	La regla 2 se cumple; los triángulos son congruentes.

Los triángulos son congruentes. $\triangle ABC \cong \triangle FED$

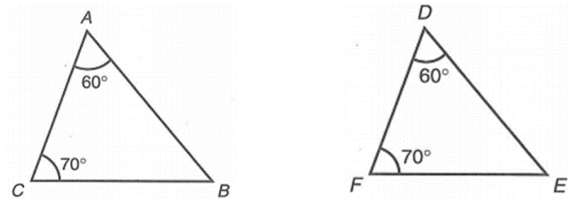
Figuras semejantes

Dos figuras son semejantes ($\sim$) si sus ángulos correspondientes tienen la misma medida y sus lados mantienen una proporción. Las figuras semejantes tienen la misma forma, pero no tienen necesariamente la misma medida.

Si las medidas de dos ángulos de un triángulo son iguales a las medidas de dos ángulos de otro triángulo, las medidas de los terceros ángulos también serán iguales (AAA) y los triángulos serán semejantes.

Ejemplo 4

¿Es el $\triangle ABC$ semejante al $\triangle DEF$?



En $\triangle ABC$, $m\angle A = 60^\circ$. En $\triangle DEF$, $m\angle D = 60^\circ$.

En $\triangle ABC$, $m\angle C = 70^\circ$. En $\triangle DEF$, $m\angle F = 70^\circ$.

Puesto que las medidas de dos ángulos del $\triangle ABC$ son iguales a las medidas de dos ángulos en el $\triangle DEF$, los triángulos son semejantes. $\triangle ABC \sim \triangle DEF$

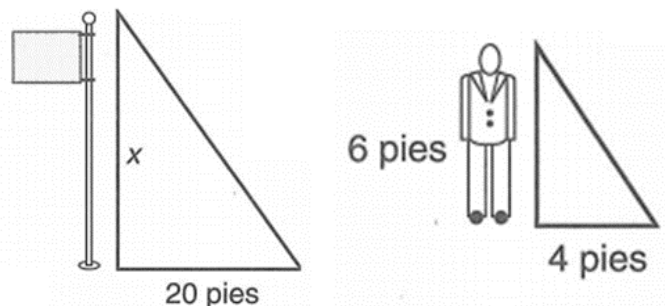
¡Importante!



Los triángulos semejantes se usan frecuentemente para resolver problemas cuando no es posible determinar una distancia por medio de la medición.

Ejemplo 5

A las 4 p.m., una asta de bandera proyecta una sombra de 20 pies. A la misma hora, una persona de 6 pies de altura proyecta una sombra de 4 pies. ¿Cuál es la altura de la asta?



El sol ilumina a la persona y a la asta desde el mismo ángulo (debido a que las mediciones son tomadas en el mismo lugar y a la misma hora). Por lo tanto, los objetos y las sombras forman triángulos semejantes.

Establezca una proporción.	altura de la persona altura del asta $\frac{6}{x} = \frac{4}{20}$ sombra de la persona sombra del asta
Resuelva	$4x = 6(20)$ $x = 120/4$ $x = 30$

La altura del asta de la bandera es de 30 pies.

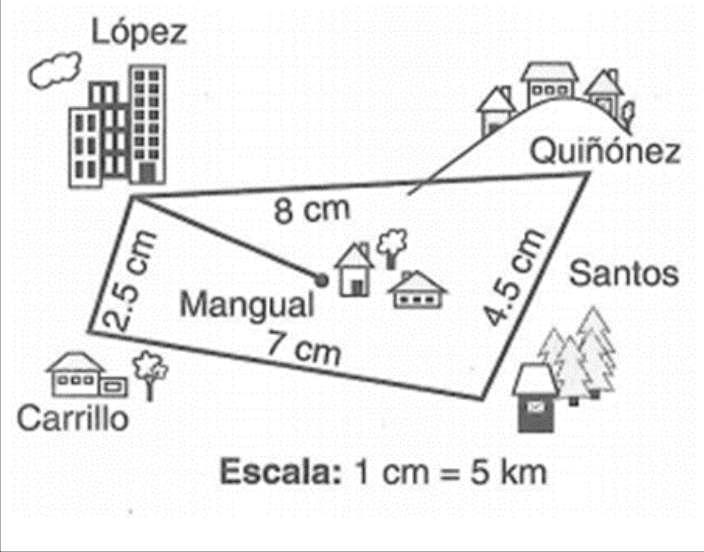
Usar proporciones en geometría

Muchas mediciones y problemas geométricos requieren mediciones indirectas. En vez de tomar realmente las medidas, use proporciones y el conocimiento de las correspondencias entre partes para calcular la respuesta. Calcular una de las medidas que falta cuando se trabaja con triángulos semejantes es un ejemplo de medición indirecta. Hay otras dos situaciones comunes que pueden resolverse con mediciones indirectas.

Un dibujo a escala del bosquejo de un objeto con todas sus distancias proporcionales a las distancias del objeto real. La escala da la razón de las medidas del bosquejo a las medidas reales. Los mapas serían ejemplos de dibujos a escala.

Ejemplo 6

En el mapa, la distancia entre Quiñónez y Santos es 4.5 cm. ¿Cuál es la distancia real entre las dos ciudades?



Paso 1	Lea la escala del mapa	Según la escala, 1 centímetro del mapa es igual a 5 kilómetros de distancia real.
Paso 2	Escriba una proporción	$\frac{\text{distancia en el mapa}}{\text{distancia real}} =$ $\frac{1 \text{ cm}}{5 \text{ km}} = \frac{4.5 \text{ cm}}{x \text{ KM}}$
Paso 3	Resuelva	$x=5(4.5)=22.5 \text{ km}$

La distancia real es de 22.5 kilómetros.



Tarea

La tarea “Triángulos y cuadriláteros” se encuentra al final del curso.

Semana 09

Competencia:

1. Produce patrones aritméticos, algebraicos y geométricos, aplicando propiedades y relaciones.

Indicadores de logro:

1.2 Resuelve problemas que involucran cálculo de medidas y aplicación de propiedades de figuras planas y cuerpos sólidos.

1.3 Aplica la trigonometría a la resolución de problemas.



TEMA 12

Geometría

La Geometría es el área de las matemáticas que estudia puntos, líneas, ángulos, figuras bidimensionales y tridimensionales y se usa para resolver muchos problemas cotidianos. En todas partes se pueden ver figuras geométricas. Se pueden ver dentro de cuartos, en muebles, en ropa y en objetos domésticos y también en edificios, calles y puentes. Una de las partes más importantes de la Geometría es aprender a usar fórmulas, como aquellas para calcular el perímetro, área, volumen y la relación de Pitágoras.

Los principios de la geometría muestran como las medidas de una forma o figura se relacionan con sus características y la relación que existe entre las figuras bidimensionales y tridimensionales.

Triángulos y paralelogramos

Dos figuras comunes son los triángulos y los paralelogramos. Un triángulo tiene tres lados y tres ángulos. Los lados de los triángulos pueden tener distintas longitudes y sus ángulos distintas medidas.

Un paralelogramo es una figura de cuatro lados cuyos lados opuestos son paralelos. Paralelo significa que las líneas extendidas nunca se intersecan o cruzan. Los rectángulos y cuadrados son paralelogramos especiales. Aunque solemos pensar en un paralelogramo como un rectángulo inclinado hacia un lado.

El **perímetro** de una figura geométrica es la distancia que bordea a la figura y se calcula sumando los largos de todos los lados de una figura, sin importar su número o las longitudes de los lados.

El **área** es la medida de la superficie de una figura bidimensional. El área de un paralelogramo es igual al producto de la base por la altura. La base puede ser cualquier lado. La altura es la distancia recta desde un punto del lado opuesto hasta la base. La altura y la base forman un ángulo de 90°.

Área de un paralelogramo = base $\times$ altura ó $A = bh$, donde
 b = base y h = altura

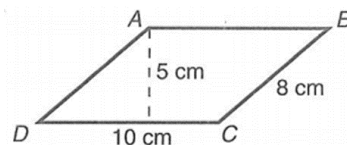


¡Importante!

Los triángulos semejantes se usan frecuentemente para resolver problemas cuando no es posible determinar una distancia por medio de la medición.

Ejemplo 1:

Calcule el perímetro y el área del paralelogramo ABCD



Paso 1. Calcule el perímetro.
Sume la longitud de los lados

$$10 + 10 + 8 + 8 = 36 \text{ centímetros}$$

Paso 2. Calcule el área.

Escoja la fórmula

$$A = bh$$

Sustituya las medidas

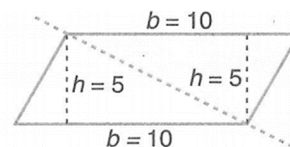
$$A = 10(5)$$

Resuelva

$$A = 50 \text{ cm}^2$$

El perímetro es de 36 centímetros y el área es de 50 centímetros cuadrados.

Una línea diagonal que pasa a través de dos esquinas opuestas divide al paralelogramo en dos triángulos idénticos. Cada triángulo es igual a un medio del paralelogramo. La fórmula del área de un triángulo se basa en este hecho.

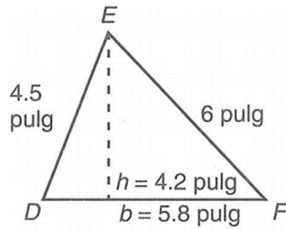


$$\text{Área del triángulo} = \frac{1}{2} \times \text{base} \times \text{altura}$$

$$A = \frac{1}{2}bh$$

Ejemplo 2:

Calcule el perímetro y el área del triángulo DEF



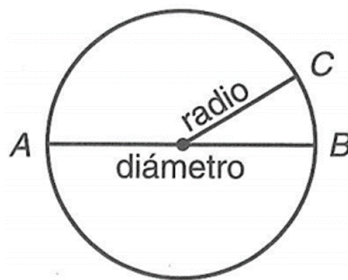
Paso 1. Calcule el perímetro. Sume la longitud de los lados	$6 + 4.5 + 5.8$ $= 16.3$ pulgadas
Paso 2. Calcule el área. Escoja la fórmula	$A = \frac{1}{2}bh$
Sustituya las medidas	$A = \frac{1}{2}(5.8)(4.2)$
Resuelva	$A = 12.18$ pulg ²

El perímetro es de **16.3 pulgadas** y el área es de **12.18 pulgadas cuadradas**.

Círculos

La mayoría de las figuras tienen lados rectos. Un círculo, por el contrario, tiene el borde curvo. Al perímetro, es decir, la distancia alrededor del círculo, se le llama circunferencia. Para calcular la circunferencia de un círculo, se necesita conocer ya sea el diámetro o el radio del círculo.

El **diámetro** de un círculo es un segmento de recta que pasa por el centro del círculo y tiene sus puntos finales sobre el borde del círculo. El **radio** es un segmento de recta que conecta el centro del círculo con un punto sobre el borde del círculo. La longitud del radio es la mitad del diámetro.



$$r = \frac{1}{2}d = \frac{d}{2} \quad \text{ó} \quad 2r = d$$

Para cualquier círculo, la razón de la circunferencia al diámetro (C/d) tiene siempre el mismo valor. Este valor se representa con la letra griega π (pi). El valor de π es $22/7$ o aproximadamente 3.14. Para efectos de este curso, utilizaremos 3.14 como valor de pi.

Dado que $C/d = \pi$, la fórmula para calcular la circunferencia (C) es **$C = \pi \times d$** , donde d = diámetro; es decir, pi multiplicado por el diámetro.

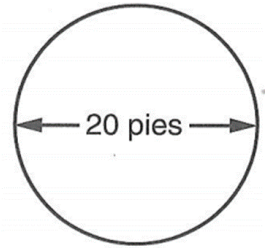


¡Importante!

Para hacer un estimado de la circunferencia de un círculo, multiplique el diámetro por 3.

Ejemplo 3:

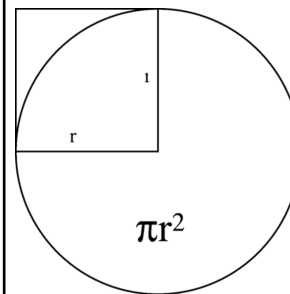
Flor quiere instalar un barandal alrededor de una piscina circular. El diámetro de la piscina es de 20 pies.



¿Cuál será la longitud del barandal?

Paso 1. Escoja la fórmula	$C = \pi d$
Paso 2. Sustituya valores	$C = 3.14(20)$
Paso 3. Resuelva	$C = 62.8$ pies

El barandal medirá aproximadamente **62.8 pies** de longitud.

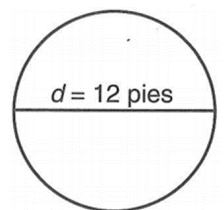


Área de un círculo

La fórmula para calcular el **área** de un círculo es $A = \pi r^2$, donde r es el radio. Es decir, el área de un círculo se calcula multiplicando π (3.14) por el cuadrado del radio.

Ejemplo 4:

Pablo desea pintar un círculo en la pared de su tienda como parte de un anuncio. ¿Cuál es el área en pies cuadrados, del círculo si el diámetro es de 12 pies?



Paso 1. Escoja la fórmula	$A = \pi r^2$
Paso 2. Calcule el radio	
Paso 3. Sustituya valores para el área	$A = \pi(6)^2$
Paso 4. Resuelva	$A = 3.14 \times 6 \times 6$ $A = 113.04$ pies ²

El área del círculo es de **113.04 pies cuadrados**.

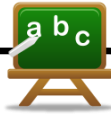
Volumen

El volumen es una medida en unidades cúbicas de la cantidad de espacio que existe dentro de un objeto tridimensional (o sólido). Cada unidad cúbica es un cubo compuesto por 6 lados cuadrados idénticos (llamados caras). Por ejemplo, una pulgada cúbica es un cubo donde cada cara está compuesta de una arista que mide 1 pulgada. Imagine llenar un espacio con capas de cubo de hielo. El volumen del espacio es igual al número de cubos.

Tres figuras sólidas comunes son el prisma rectangular, el cubo y el cilindro. El volumen (V) es el área (A) de la base (el lado que forma un ángulo de 90° respecto a la altura) multiplicada por la altura de un objeto. La fórmula general es $V = Ah$. Esta fórmula general se vuelve a formular para cada tipo de figura. Notemos que la base de cada figura sólida es una forma que ya conocemos.

¡Importante!

Memorice las fórmulas básicas del perímetro, área y volumen para ahorrar tiempo.



Cilindro



$$\begin{aligned} V &= (\text{área del círculo})h \\ &= (\pi \times \text{radio}^2) \times \text{altura} \\ &= \pi r^2 h \end{aligned}$$

Cubo

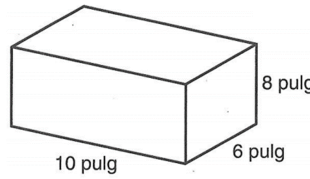


$$\begin{aligned} V &= (\text{área del cuadrado})h \\ &= (\text{arista} \times \text{arista}) \times \text{arista} \\ &= s^3 \quad (\text{arista}=\text{lado}) \end{aligned}$$

Prisma rectangular



$$\begin{aligned} V &= (\text{área del prisma})h \\ &= (\text{longitud} \times \text{ancho}) \times \text{altura} \\ &= lwh \end{aligned}$$



Ejemplo 5:

¿Cuál es el volumen del bloque que se muestra a la izquierda?

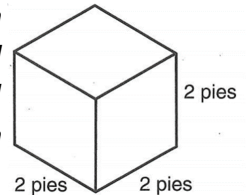
Paso 1. Escoja la fórmula	$V = lwh$
Paso 2. Sustituya valores	$V = 10 \times 6 \times 8$
Paso 3. Resuelva	$V = 480 \text{ pulg}^3$

El volumen del bloque es de 480 pulgadas cúbicas.

Ejemplo 6:

¿Cuál es el volumen un cubo cuyos lados miden 2 pies?

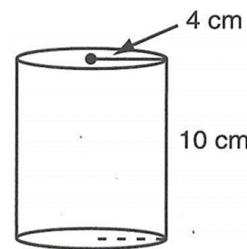
Recordemos que un cubo es un prisma rectangular especial. La fórmula del volumen sigue siendo el producto del largo por ancho y por altura, pero la fórmula se escriba de manera distinta.



Paso 1. Escoja la fórmula	$V = s^3$
Paso 2. Sustituya valores	$V = 2^3$
Paso 3. Resuelva	$V = 8 \text{ pies cúbicos}$

El volumen del bloque es de 8 pies cúbicos.

Ejemplo 7:



¿Cuál es el volumen del cilindro que se muestra a la izquierda?

La base de todo cilindro es un círculo. Para calcular el volumen de un cilindro, calcule el área del círculo (πr^2) y multiplíquela por la altura (h).

Paso 1. Escoja la fórmula	$V = \pi r^2 h$
Paso 2. Sustituya valores	$V = 3.14 \times 4^2 \times 10$ $V = 3.14 \times 16 \times 10$
Paso 3. Resuelva	$V = 502.4 \text{ cm cúbicos}$

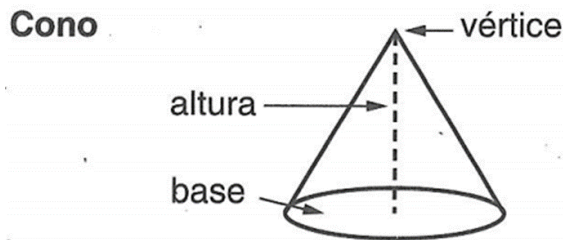
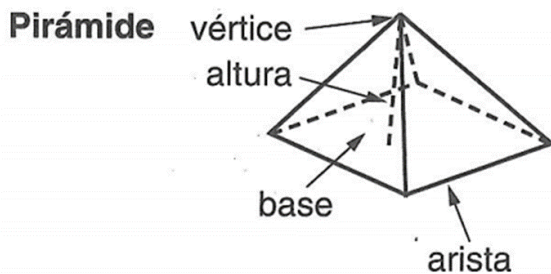
El volumen del cilindro es de 502.4 centímetros cúbicos.

Pirámides y conos

Todos los sólidos tridimensionales estudiados hasta el momento (rectangulares, cubos y cilindros) tienen dos bases idénticas. Podemos considerar estas bases como el lado superior e inferior de la figura. Las pirámides y conos también son sólidos tridimensionales, pero sólo tienen una base.

Una pirámide tiene una base cuyos lados miden lo mismo de largo. Una **pirámide** puede tener una base cuadrada o triangular. La base se conecta a través de un único punto, llamado vértice, con las caras triangulares (lados).

Un **cono** tiene una base circular y un vértice. Una superficie curva conecta la base al vértice.



El volumen de una pirámide o cono es $\frac{1}{3}$ del área de su base multiplicada por su altura.

$$V = \frac{1}{3} \times \text{área de la base} \times \text{altura} \quad V = \frac{1}{3} Ah$$

Pirámide

$$\text{Volumen} = \frac{1}{3} \times \text{área del cuadrado} \times \text{altura}$$

$$\text{Volumen} = \frac{1}{3} (\text{arista de la base})^2 \times \text{altura}$$

$$V = \frac{1}{3} A^2 h$$

Cono

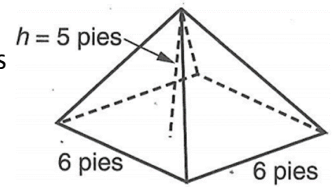
$$\text{Volumen} = \frac{1}{3} \times \text{área del círculo} \times \text{altura}$$

$$\text{Volumen} = \frac{1}{3} \times \pi \times \text{radio}^2 \times \text{altura}$$

$$V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$$

Ejemplo 8:

Calcule el volumen, en pies cúbicos, de la pirámide.



Paso 1. Calcule el área de la base (un cuadrado)

$$A = S^2$$

$$A = 6^2$$

$$A = 36 \text{ pies}^2$$

Paso 2. Escoja la fórmula de volumen. La fórmula original pide que la altura se eleve al cuadrado, pero, ya se calculó el cuadrado en el paso anterior, así que se escoge la fórmula simple.

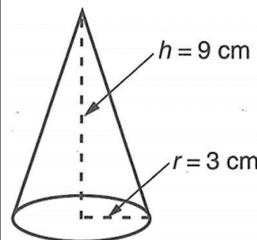
$$V = \frac{1}{3} Ah$$

$$V = \frac{1}{3} (36)(5)$$

Paso 3. Resuelva

$$V = 60 \text{ pies cúbicos}$$

El volumen de la pirámide es de **60 pies³**.



Ejemplo 9:

Calcule el volumen del cono al centímetro cúbico más cercano.

Paso 1. Use la fórmula para calcular el volumen de un

$$V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$$

Paso 2. Sustituya valores

$$V = \frac{1}{3} (3.14)(3^2)(9)$$

Paso 3. Resuelva.

$$V = 84.78$$

El volumen del cono es 84.78 que redondeado es **85 cm³**



Tarea

La tarea "Triángulos y cuadriláteros" se encuentra al final del curso.

Semana 10

Competencia:

1. Produce patrones aritméticos, algebraicos y geométricos, aplicando propiedades y relaciones.

Indicadores de logro:

1.2 Resuelve problemas que involucran cálculo de medidas y

aplicación de propiedades de figuras planas y cuerpos sólidos.

1.3 Aplica la trigonometría a la resolución de problemas.



TEMA 12

Figuras compuestas

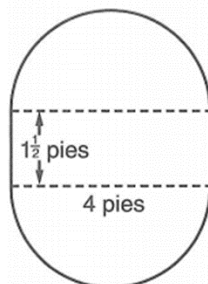
Una figura compuesta es aquella que tiene diferentes formas simples: triángulos, cuadrados, círculos, etc. Por lo que encontrar el área y volumen de estas figuras se vuelve una tarea compleja. En esta lección aprenderás las fórmulas para poder trabajar con figuras compuestas.

Área y volumen

Una figura puede estar compuesta por varias formas. Para calcular el área o el volumen de una figura compuesta, calcule el área o el volumen de cada una de sus partes y, luego, súmelas.

Ejemplo 1:

Marcos necesita saber el área del tope de una mesa. ¿Cuál es el área del tope de la mesa al pie cuadrado más cercano?



Paso 1. Divida la figura en dos formas simples. Imagine a cada uno de los extremos e la figura como un semicírculo

Paso 2. Calcule el área de cada parte. Los dos semicírculos se pueden combinar para construir un círculo completo.

Calcule la superficie $A = \pi \times \text{radio}^2 = \pi r^2$

Recuerde $r = d/2$
 $r = 4 / 2 = 2$
 $A = \pi r^2$
 $= 3.14(2^2)$

Calcule el área del rectángulo.
 $A = lw$
 $= 4(1 \frac{1}{2}) = 6 \text{ pies cuadrados}$

Paso 3. Sume las áreas.

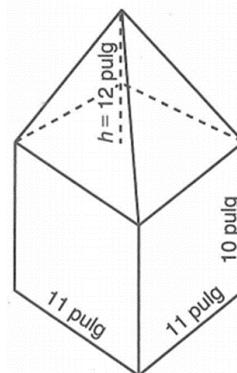
$12.56 + 6 = 18.56$, que redondeado es **19 pies**

*El área del tope de la mesa es aproximadamente **19 pies cuadrados**.*

Ejemplo 2

Las figuras compuestas también pueden estar compuestas por cuerpos sólidos comunes.

Calcule el volumen del objeto que está a continuación.



Paso 1. Divida la figura en figuras simples. Esta figura consisten de una pirámide y

Paso 2: Calcule el volumen

Calcule el volumen de la $V = 1/3 \times A \times h$

Como la base es un cuadrado, $A = s^2$, en el cual $s =$ arista de la base.
 $V = 1/3 \times (\text{arista de la base})^2 \times \text{altura}$
 $= 1/3(11^2)(12) = 1/3(121)(12) = 484$

Calcule el volumen de un cuerpo rectangular.
 $V = lwh$
 $= 11 \times 11 \times 10 = 1210 \text{ pulgadas cúbicas}$

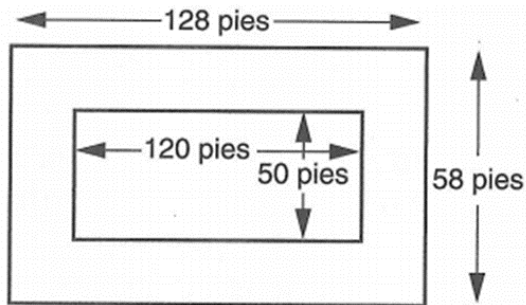
Paso 3. Sume para calcular el $484 + 1210 = 1694 \text{ pulgadas cúbicas}$

*El volumen del objeto es **1694 pulgadas cúbicas**.*

Método para resolver problemas con pasos múltiples

Área y volumen

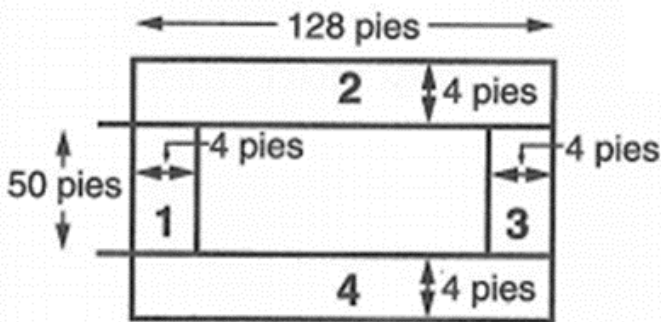
Algunos problemas que contienen figuras compuestas ponen a prueba su habilidad de razonar lógicamente para calcular la solución. En estos problemas, necesitamos determinar cómo usar la información dada para calcular la superficie o volumen de una forma compuesta.



Ejemplo 3 Nota: La figura no está dibujada a escala.

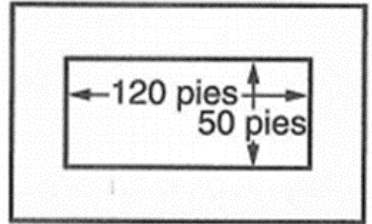
Un complejo de apartamentos tiene una superficie central de recreación, como muestra el diagrama. Los inquilinos decidieron pavimentar un sendero de 4 pies alrededor del césped. ¿Cuál es el área del sendero?

Método de suma: Una manera de resolver el problema, es dividir el sendero en cuatro rectángulos, calcular el área de cada rectángulo y sumarlos para obtener el área total.



Paso 1. Calculando el área de	$A = lw = 128(4) = 512$ cada una
Paso 2. Calculando el área de las secciones 1 y 3:	$A = lw = 50(4) = 200$ cada una
Sumando todas las secciones (1 + 2 + 3 + 4)	$200 + 512 + 200 + 512 = 1424$ pies cuadrados

Método de resta: El área total es igual al área del sendero más la del césped. Calcule el área total y reste la del césped. La diferencia es igual al área del sendero.



Paso 1. Calcule el área del rectángulo mayor, o externo. El rectángulo externo mide 128 por 58 pies.

$$A = lw$$

$$A = 128(58)$$

$$A = 7424 \text{ pies cuadrados}$$

Paso 2. Calcule el área del rectángulo menor. El rectángulo menor mide 120 por 50 pies.

$$A = lw$$

$$A = 120(50)$$

$$A = 6000 \text{ pies cuadrados}$$

Paso 3. Calcule la diferencia.

$$7424 - 6000 = 1424$$

pies cuadrados.



Tarea

La tarea "Figuras compuestas" se encuentra al final del curso.

Tareas del curso

- Estas son las actividades a desarrollar por cada tema visto en el presente curso.
- Se deben entregar todas las tareas en el portafolio de trabajos.
- Puedes sacarle copia a las hojas o bien tomar las mismas del manual ya resueltas para adjuntarlo al portafolio.
- Recuerda que debes rotular las tareas del curso y agregarle carátula.

Nombre completo del estudiante: _____

Número de estudiante: _____ Ciclo: _____ Teléfono: _____



Tarea semana 1: Introducción al álgebra

Instrucciones serie 1:

Escriba a la par de cada ecuación cuántos términos posee. El primer inciso le ayudará.

$\Rightarrow 4x^2 + 35y^2 + 2x + 8$ Cuatro términos

$\Rightarrow 8ab + 12$ _____

$\Rightarrow 8 + 2$ _____

$\Rightarrow 8x + 7y - 6$ _____

$\Rightarrow x$ _____

$\Rightarrow 2x^2 - \frac{3}{x}$ _____

Instrucciones serie 2:

- Halle el valor de las expresiones para los valores dados.
- Desarrolle los ejercicios en hojas aparte y luego escriba la respuesta obtenida.
- Recuerde que las hojas auxiliares que utilice también debe adjuntarlas al portafolio de tareas.

$\Rightarrow 12 - 4n$, donde n es igual a 2 _____

$\Rightarrow 3y + 9$, donde y es igual a -2 _____

$\Rightarrow 5x - 3x + 2$, donde x es igual a 5 _____

$\Rightarrow$ La fórmula para la distancia es " $d = vt$ ", donde " v " es la velocidad, " t " el tiempo y " d " la distancia. Halle la distancia si la velocidad es de 60 kilómetros por hora y el tiempo es de 2.5 horas. _____

$\Rightarrow$ La fórmula para el perímetro de un rectángulo es $2(l + a)$ donde l es la longitud y a es el ancho del rectángulo. Halle el perímetro del rectángulo si la longitud es de 15 pulgadas y el ancho es de 7 pulgadas. _____



Tarea semana 2: Ecuaciones

Instrucciones serie 1:

Escriba una frase que le de significado a cada ecuación. Las palabras "un número" determinan las variables.

$\Rightarrow 5 + 7y = 19$

$\Rightarrow 9y = 27$

$\Rightarrow a - 5 = 23$

$\Rightarrow 10/y - 5 = 0$

$\Rightarrow y/8 = 9$

Instrucciones serie 2:

Resuelva las siguientes ecuaciones por el método de ojeo.
Escriba el resultado en el espacio en correspondiente

- ⇒ $r - 2 = 0$ _____
- ⇒ $4 + x = 9$ _____
- ⇒ $p - 5 = 8$ _____
- ⇒ $5a = 10$ _____
- ⇒ $x/5 = 2$ _____
- ⇒ $t + 3 = 8$ _____
- ⇒ $3x = 9$ _____
- ⇒ $36/n = 9$ _____

Instrucciones serie 3:

Utilice una línea para enlazar la ecuación con el resultado para la variable x que haga verdadera cada ecuación.

- | | |
|-----------------------|------|
| ❖ $x + 6 = 15$ | ➤ 15 |
| ❖ $2x = 6$ | ➤ 36 |
| ❖ $5x = 75$ | ➤ 15 |
| ❖ $X - 3 = 12$ | ➤ 28 |
| ❖ $\frac{x}{3} = 12$ | ➤ 64 |
| ❖ $x - 8 = 0$ | ➤ 9 |
| ❖ $\frac{x}{4} = 16$ | ➤ 8 |
| ❖ $\frac{1}{2}x = 12$ | ➤ 3 |

Instrucciones serie 4:

Escriba la ecuación que represente cada frase.

- ⇒ La suma de la mitad de un número más tres.

- ⇒ Cinco veces un número dividido entre el doble del mismo número.

- ⇒ Un número al cubo dividido entre 4.

- ⇒ El cuadrado de un número aumentado en 12.

⇒ Siete más que el doble de un número.

⇒ Cinco menos que un número.

⇒ Tres cuartos de un número.

⇒ La suma de un número al cuadrado más otro número al cuadrado.

⇒ La diferencia entre dos números divididos entre 3.

⇒ El producto de catorce y un número.

**Tarea semana 3: Operando Ecuaciones****Instrucciones serie 1:**

- Resuelva cada problema. Recuerde traducir el enunciado a ecuación y luego opere para obtener el resultado.
- Desarrolle las ecuaciones en el espacio en blanco y luego resalte la respuesta obtenida.

⇒ Si siete menos que un número es 8, encuentre el número.

⇒ Las pelotas de béisbol cuestan Q3.25 cada una. ¿Cuántas pelotas puede comprar con Q52?

⇒ Juan invirtió $\frac{3}{4}$ de su bonificación de fin de año. Si invirtió Q1,875.00. ¿de cuánto fue su bonificación?

⇒ Amanda vendió su equipo estereofónico por Q120 menos de lo que pagó por él. Si lo vendió por Q72, ¿cuánto había pagado por él?

⇒

Después de cortarle $5\frac{1}{2}$ pies a una viga de madera, quedaron $6\frac{1}{2}$ pies. ¿Cuál era la longitud original de la viga?

⇒ Después de aumentar 14 libras, Alex pesa 172 libras. ¿Cuál era su peso original?

⇒ En 12 años Lucy tendrá 48 años. ¿Cuántos años tiene ahora?

⇒ Al comprar una flotilla de automóviles para vendedores, la empresa TMD obtiene un descuento de Q1,620 en cada carro. Esto representa un 9% del precio regular. Halle el precio regular.

Instrucciones serie 2:

Simplifique las expresiones combinando los términos semejantes.

⇒ $3x + 12x$ _____

⇒ $7y - 4y$ _____

⇒ $2x + 3y + 6y + 7x$ _____

⇒ $7x^2 + 3x + 4x - 2x$ _____

⇒ $8x - 3 + 5x$ _____

⇒ $3x^2 + 14 + 7x + 2x^2 - 5$ _____

⇒ $4a + 3b - 2a - 3b + a$ _____

⇒ $x + 2y - y$ _____

⇒ $9a^2 + 4a + a + 3a^2$ _____

⇒ $5xy + 7x - 3y - x + 4xy$ _____

Instrucciones serie 3:

Simplifique las expresiones siguientes eliminando los símbolos de agrupación.

⇒ $5(3x + 2)$ _____

⇒ $4(7x - 8)$ _____

⇒ $6x + (12x - 7)$ _____

⇒ $-2(x - 1)$ _____

⇒ $3(2x + 4 - 3y)$ _____

⇒ $-6(5x - 12)$ _____

⇒ $x - 2(9 + 6x)$ _____

⇒ $2(x - y)$ _____

⇒ $4x - (2 - x)$ _____

Instrucciones serie 4:

Simplifique las expresiones siguientes eliminando los símbolos de agrupación. Realice cada operación en el espacio en blanco y luego resalte la respuesta obtenida.

⇒ $3x + 9 = 15$

⇒ $2x - 26 = 2$

⇒ $8(x - 4) = 0$

⇒ $2(5x - 11) + 12x = 0$

$$\Rightarrow \frac{4x}{3} - 14 = 14$$

$$\Rightarrow \frac{x}{3} + 4 = 9$$

Instrucciones serie 5:

Resuelve cada problema de pasos múltiples y responde a las preguntas que se te presentan subrayando la respuesta correcta.

⇒ Kevin se fue a pescar por 3 días. El alquiler del equipo le costó Q32 por día y alquiló una lancha para cada día. El total de la factura fue de Q180. ¿Cuál ecuación describe mejor el problema? (sea x el precio del alquiler diario de la lancha).

- $3(x + 32) = 180$
- $x + 96 = 180$
- $3x + 32 = 180$
- $x + 32 = 180$
- No se da suficiente información.

⇒ La mamá de Kevin quiere saber cuánto fue el costo del alquiler de la lancha por día. Con la información anterior, encuentre el costo.

- Q84
- Q20
- Q60
- Q28
- Q148

⇒ El contorno o perímetro de un triángulo mide 56 pulgadas. Si un lado mide 24 pulgadas y los otros dos tienen la misma medida, ¿Cuál ecuación describe mejor el problema?

- $2x + 24 = 56$
- $x + 24 = 56$
- $2x + 56 = 24$
- $x - 24 = 56$

- $2x - 24 = 56$

⇒ Del triángulo anterior, determine la longitud, x, de uno de esos lados desconocidos.

- 160
- 32
- 40
- 80
- 16

⇒ Para un juego de fútbol se vendió el doble de boletos de adultos que de boletos de niños. También se regalaron 38 boletos a ganadores de concursos. La asistencia al juego fue de 8,324 personas. ¿Cuál ecuación describe mejor el problema?

- $x + 2x + 38 = 8324$
- $2x + x = 8324$
- $2(x + 2) - 38 = 8324$
- $2(x - 2) = 8324$
- No se da suficiente información

⇒ ¿Cuántos boletos de adultos se vendieron en ese partido de fútbol?

- 4143
- 2762
- 2775
- 5524
- 4181

Instrucciones serie 5:

De las posibles respuestas para cada pregunta, subraye la correcta que responda a cada desigualdad enunciada. De ser necesario, puede realizar las operaciones en el espacio en blanco para conocer la respuesta a cada enunciado.

⇒ Si x representa la edad legal para votar en Guatemala, entonces.

- $x \geq 18$
- $x \leq 18$

⇒ Si x representa la velocidad en una zona escolar donde la velocidad máxima debe ser 25 Km/h, entonces

- $x \geq 25$

- $x \leq 25$

⇒ Si x representa la edad legal para manejar en Guatemala, entonces

- $x \geq 16$

- $x \leq 16$

⇒ Si x representa los artículos que va a comprar usando la fila de servicio rápido del supermercado, entonces

- $x \geq 10$

- $x \leq 10$

⇒ Encuentre el valor de x de la desigualdad: $x - 3 > -5$

- $x < -2$

- $x > -2$

⇒ Encuentre el valor de x de la desigualdad: $5 + x < 7$

- $x < 2$

- $x > 2$

⇒ Encuentre el valor de x de la desigualdad: $-3 + x < -10$

- $x < -7$

- $x < 7$

⇒ Encuentre el valor de x de la desigualdad:

- $x < -36$

- $x > -36$

$$\frac{x}{-3} = 12$$

⇒ Encuentre el valor de x de la desigualdad: $x - 5 \geq 1$

- $x \geq 4$

- $x \leq 4$

⇒ Encuentre el valor de x de la desigualdad: $-4x > 8$

- $x < -2$

- $x > -2$

⇒ Encuentre el valor de x de la desigualdad: $x - 7 \leq 0$

- $x \geq 7$

- $x \leq 7$

⇒ Encuentre el valor de x de la desigualdad: $-5x > -20$

- $x > 4$

- $x > -4$



Tarea semana 4: Operaciones algebraicas

Instrucciones serie 1:

- Resuelva cada multiplicación indicada.

- Desarrolle las factorizaciones en el espacio en blanco y luego resalte la respuesta obtenida o solo escriba la respuesta si la puede obtener por simple observación

⇒ $8x * 3x^2$

⇒ $7xy(-4x)$

⇒ $(-6ab^2)(3a^2)$

⇒ $(-5x^2y)(3xy^2)$

⇒ $2x(x^2 + 1)$

⇒ $3y(2y^2 - 4y - 7)$

⇒ $(x + 5)(x + 2)$

$$\Rightarrow (x - 4)(x - 1)$$

Instrucciones serie 2:

- Factorice cada ecuación.
- Desarrolle las factorizaciones en el espacio en blanco y luego resalte la respuesta obtenida o solo escriba la respuesta si la puede obtener por simple observación.

$$\Rightarrow 21y^3 - 14y^2$$

$$\Rightarrow 100a^4 - 16a^2$$

$$\Rightarrow 121p^5 - 33p^4$$

$$\Rightarrow 8x^2 - 4$$

$$\Rightarrow 9x^3y^2 + 36x^2y^3$$

$$\Rightarrow 10x^5 - 5x^3 + 10x^2$$

$$\Rightarrow 4x^4 + 25x^3 - 20x^2$$

$$\Rightarrow 9x^3 - 9x$$

$$\Rightarrow 3x^2 + x$$

$$\Rightarrow 6xy^2 + 12x^2y$$

Instrucciones serie 3:

Use agrupaciones para factorizar estas expresiones. El ejemplo 00 será su guía.

$$\Rightarrow x^2 + 7x + 10$$

$$(x + 2)(x + 5)$$

$$\Rightarrow x^2 + 4x + 3x + 12$$

$$\Rightarrow x^2 - 2x + 5x - 10$$

$$\Rightarrow 8y^2 + 6yz + 12yz + 9z^2$$

$$\Rightarrow 2xy^2 - 8y^2 + x - 4$$

Instrucciones serie 4:

Factorice cada expresión dada utilizando el método de PEIU invertido. Desarrolle las actividades en el espacio en blanco y resalte la respuesta obtenida.

$$\Rightarrow x^2 - 7x - 8$$

$$\Rightarrow x^2 - 5x + 4$$

$$\Rightarrow x^2 + 5x - 15$$

$$\Rightarrow x^2 - 16$$

$$\Rightarrow x^2 - 6x + 8$$

$$\Rightarrow x^2 - 100$$



Tarea semana 05: Gráfica de coordenadas

Instrucciones:

- Ubique en la gráfica las coordenadas que aparecen descritas al lado derecho de la actividad.
- Luego, escriba en la gráfica las coordenadas F e I que están despejadas pero no tienen etiqueta.

⇒ A (-3, 4)

⇒ B (-3, 0)

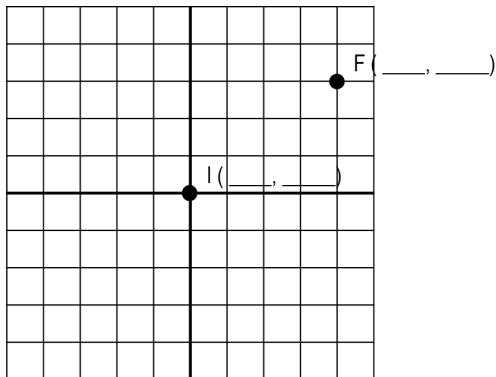
⇒ C (-2, 3)

⇒ D (1, -1)

⇒ E (3, 0)

⇒ G (2, 2)

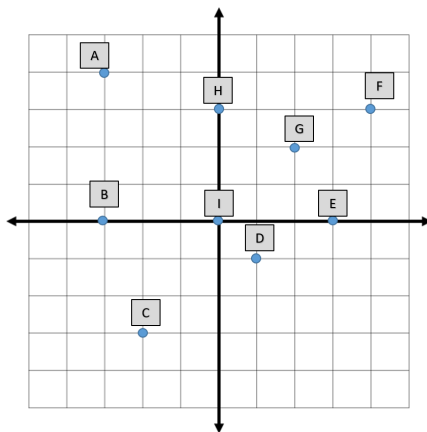
⇒ H (0, 3)



Tarea semana 05: Distancia entre dos puntos

Instrucciones:

- Con la gráfica que se presenta, halle la distancia entre los siguientes puntos.
- Use el método de conteo o el método de la fórmula según considere conveniente.



⇒ Distancia entre I y E: _____ unidades

⇒ Distancia entre H y F: _____ unidades

⇒ Distancia entre I y F: _____ unidades

⇒ Distancia entre D y G: _____ unidades

⇒ Distancia entre A y D: _____ unidades

⇒ Distancia entre I y H: _____ unidades

⇒ Distancia entre E y H: _____ unidades

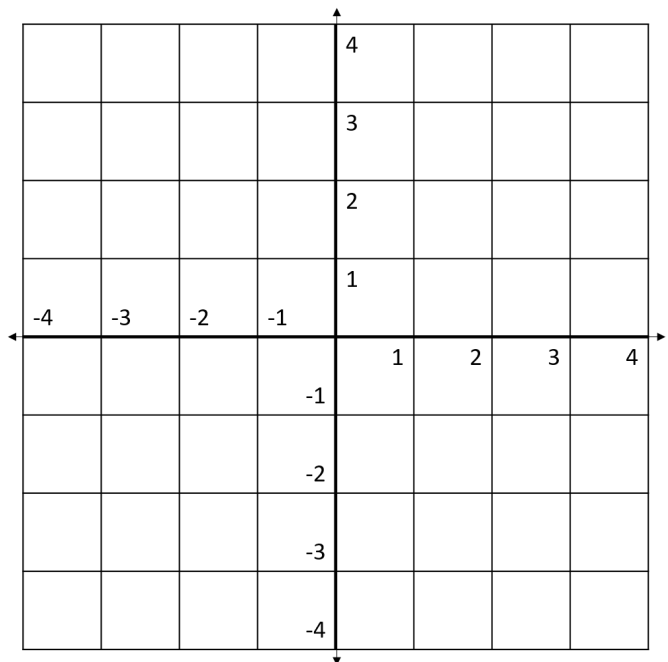
⇒ Distancia entre I y D: _____ unidades



Tarea semana 05: Gráfica de una línea

Instrucciones:

- Opere la ecuación y grafique la recta $y = 3x + 1$.



Tarea semana 05: Intersecciones

Instrucciones:

Halle las coordenadas de las intersecciones en X y de las intersecciones Y en las ecuaciones siguientes.

⇒ $y = x - 4$

Intersección en x _____

Intersección en y _____

⇒ $y = 2x - 6$

Intersección en x _____

Intersección en y _____

⇒ $y = x + 5$

Intersección en x _____

Intersección en y _____



Tarea semana 05: Pendiente de una recta

Instrucciones:

- Encuentre la pendiente de las rectas siguientes.
 - Utilice el espacio en blanco para hacer las operaciones.
 - Coloque las respuestas en las líneas correspondientes.
- ⇒ La pendiente de la recta que pasa por los puntos A(2, 1), B(4, 7) es: _____

- ⇒ La pendiente de la recta que pasa por los puntos A(3, 5), B(9, 9) es: _____



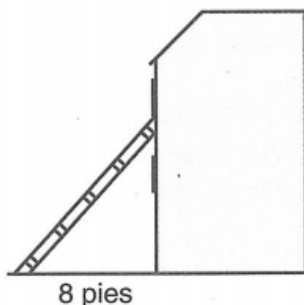
Tarea Semana 06

Instrucciones:

- Analice cada enunciado y subraye la respuesta correcta.
- Cuando lo amerite, debe realizar las operaciones en hojas aparte y adjuntar dichas hojas al portafolio de tareas.

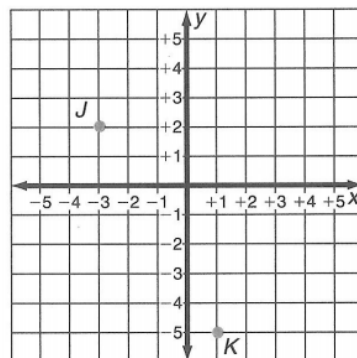
1. Se coloca la parte inferior de una escalera a 8 pies de la pared de la casa. La casa y el suelo forman un ángulo recto. Si la escalera mide 15 pies de largo, ¿qué altura de la pared alcanza (aproxímelo al pie más cercano)?

- 12
- 13
- 17
- 23
- 161



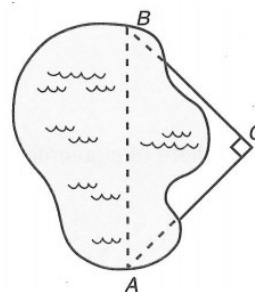
2. ¿Cuál es la distancia entre los puntos J y K, redondeada al décimo de unidad más cercano?

- 6.5
- 7.7
- 8.1
- 8.6
- 11.0



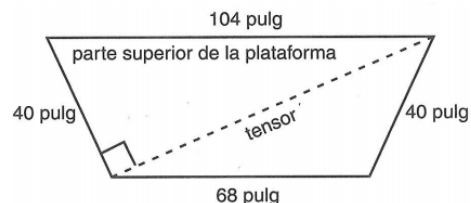
3. Joel desea calcular el ancho del lago. Pone estacas en A y B y luego calcula, de tal manera que C es un ángulo recto. Esto hace del $\triangle ABC$ un triángulo rectángulo. Si $AC = 60$ pies y $BC = 80$ pies, ¿qué distancia hay aproximadamente entre A y B?

- menos de 85 pies
- entre 85 y 95 pies
- entre 95 y 105 pies
- entre 105 y 115 pies
- más de 115 pies



4. Juan construye una plataforma cuya parte superior tiene la forma de un trapecio. El plano requiere que se refuerce con un cable tensor en diagonal. ¿Cuál es la longitud del tensor redondeado a la pulgada más cercana?

- 64
- 88
- 96
- 111
- No se cuenta con suficiente información

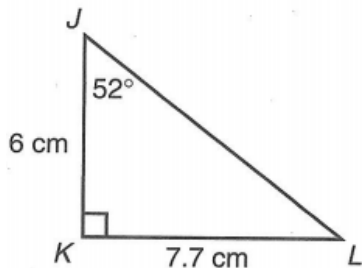


5. En un mapa cuya escala es de $1.5 = 60$ km, ¿cuántos kilómetros reales representan 4.7 cm en el mapa?

- 40
- 117
- 188
- 282
- 423

6. Si el $\triangle JKL$ es un triángulo rectángulo, ¿cuál es la medida del $\angle L$?

- 26°
- 38°
- 52°
- 90°
- 128°



7. A la misma hora, un poste de 3 pies de alto proyecta una sombra de 4.5 pies mientras que un poste telefónico proyecta una sombra de 33 pies. ¿Cuál es la longitud, en pies, del poste de teléfono?

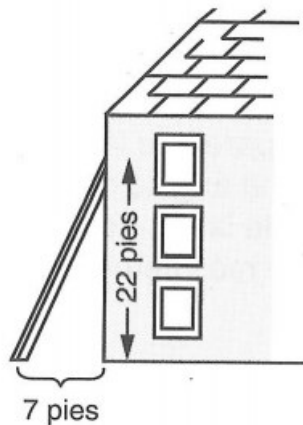
- 18
- 22
- 28
- 33
- 99

8. ¿Cuál de los siguientes es un triángulo rectángulo?

- un triángulo cuyos lados miden 4, 5 y 6
- un triángulo cuyos lados miden 5, 7 y 9
- un triángulo cuyos lados miden 6, 8 y 11
- un triángulo cuyos lados miden 7, 9 y 12
- un triángulo cuyos lados miden 7, 24 y 25

9. ¿Qué longitud (redondeada al pie más cercano) debería tener la escalera para alcanzar la ventana del tercer piso?

- 18
- 20
- 22
- 23
- 25



10. Un sendero de grava de 2 pies de ancho rodea una piscina circular de 20 pies de diámetro. ¿Cuál es el área aproximada del sendero en pies cuadrados?

- 100
- 138
- 144
- 314
- 452

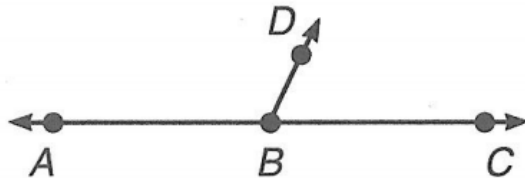


Tarea semana 07

Instrucciones:

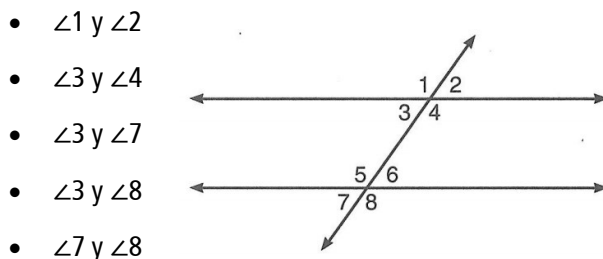
- Analice cada enunciado y subraye la respuesta correcta.
- Cuando lo amerite, debe realizar las operaciones en hojas aparte y adjuntar dichas hojas al portafolio de tareas.

1. El ángulo ABC es llano. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera?



- $m\angle DBC = 90^\circ$
- $\angle ABD$ y $\angle DBC$ son ángulos suplementarios.
- $m\angle ADB = 90^\circ$
- $\angle ABD$ y $\angle DBC$ son ángulos complementarios.
- $m\angle ABC = 90^\circ$

2. El ángulo 1 es congruente con el $\angle 5$. ¿Cuál de los siguientes pares de ángulos es congruente también?

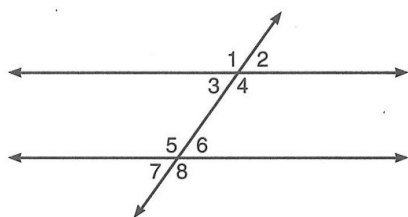


- $\angle 1$ y $\angle 2$
- $\angle 3$ y $\angle 4$
- $\angle 3$ y $\angle 7$
- $\angle 3$ y $\angle 8$
- $\angle 7$ y $\angle 8$

3. Un ángulo mide 12° menos que el complementario. Si la medida del ángulo mayor es x , ¿cuál de las siguientes afirmaciones debe ser la verdadera?

- $x + (x - 12^\circ) = 180^\circ$
- $x + (x - 12^\circ) = 90^\circ$
- $x + (12^\circ - x) = 90^\circ$
- $x + (x - 12^\circ) = 180^\circ$
- $x + 90^\circ = x + 12^\circ$

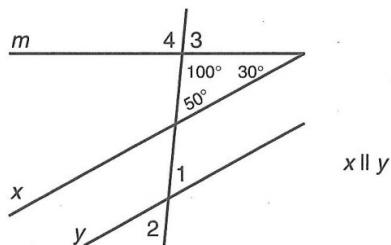
4. La medida del $\angle 7$ es 116° . ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera?



- $\angle 1$ y $\angle 5$ son congruentes.
- $\angle 1$ y $\angle 4$ son suplementarios.
- $m\angle 1 + m\angle 4 = 180^\circ$
- Las rectas p y q no son paralelas.
- Las rectas p y q son perpendiculares.

5. Analizando la gráfica, ¿Qué conclusión es verdadera?

- $m\angle 1 = 50^\circ$
- $m\angle 2 = 80^\circ$
- $m\angle 3 = 50^\circ$
- $m\angle 4 = 80^\circ$
- $m\angle 4 = m\angle 3$



6. ¿Cuál es la medida del $\angle AXV$, si es cuatro veces mayor que su ángulo suplementario $\angle BXC$?

- 36°
- 45°
- 72°
- 132°
- 144°

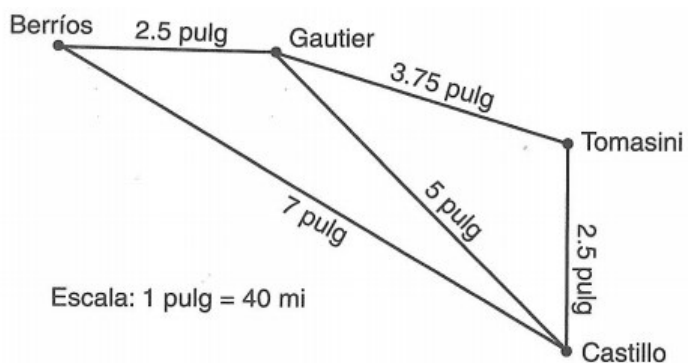


Tarea semana 08

Instrucciones:

- Analice cada enunciado y subraye la respuesta correcta.
- Cuando lo amerite, debe realizar las operaciones en hojas aparte y adjuntar dichas hojas al portafolio de tareas.

Utilice el siguiente mapa para responder las preguntas 01 y 02.



1. En el mapa se indica la distancia a escala entre las casas de cada familia. ¿Qué distancia real hay entre Gautier y Tomasini?

- 120
- 150
- 160
- 180
- 200

2. Susana salió de su casa, Castillo, hasta la casa de Berríos. Luego manejó de la casa de Berríos a la casa de la familia Gautier y finalmente regresó a su casa. ¿Cuántas millas manejó Susana?

- 460
- 480
- 540
- 580
- 620

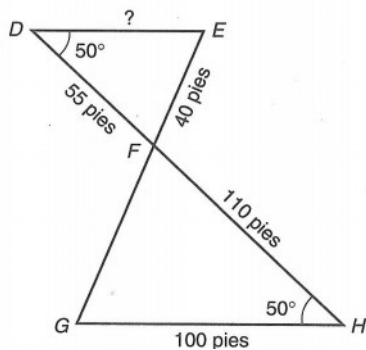
3. Tecpán se encuentra a 50 millas de la Ciudad Capital. En un mapa, estas ciudades están a 2.5 pulgadas de distancia. ¿Cuál es la escala del mapa?

- 1 pulg = 0.2 millas
- 1 pulg = 2 millas
- 1 pulg = 2.5 millas
- 1 pulg = 20 millas
- 1 pulg = 25 millas

4. Una proporción de una escultura de metal incluye un triángulo isósceles. Los dos lados iguales miden 15 pulgadas cada uno. ¿Cuál es el perímetro del triángulo, en pulgadas, si todos los ángulos son agudos?

- 15
- 30
- 45
- 60
- No se cuenta con suficiente información.

Utilice la siguiente imagen para responder las preguntas 05 y 06.



5. Si los triángulos DEF y FGH son semejantes, ¿cuáles de los siguientes son lados correspondientes?

- lados DF y FG
- lados EF y FH
- lados DE y DF
- lados DF y GH
- lados DF y FH

6. ¿Cuál es la longitud en pies del lado DE en la figura?

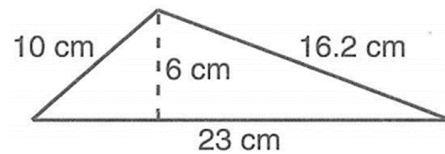
- 30
- 33
- 40
- 50
- 55



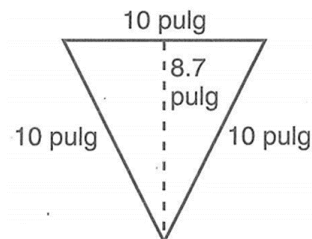
Tarea semana 09

Instrucciones de la primera serie:

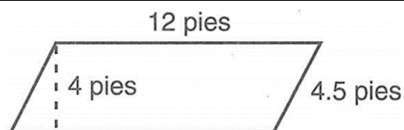
- Encuentre el área y el perímetro de cada una de las figuras que aparecen a continuación.
- Subraye la respuesta correcta en cada enunciado.
- Realice las operaciones en hojas separadas. Recuerde adjuntar dichas hojas al portafolio de tareas.



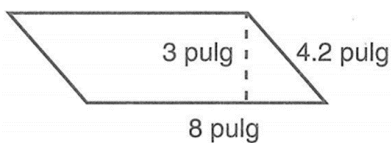
Perímetro	Área
• 49.2 cm	• 79 cm^2
• 49.2 cm^2	• 68 cm^2
• 50 cm	• 69 cm^2
• 50 cm^2	• 60 cm^2



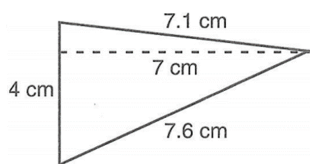
Perímetro	Área
• 31 pulg	• 45 pulg^2
• 20 pulg	• 20 pulg
• 30 pulg^2	• 87 pulg
• 30 pulg	• 43.5 pulg



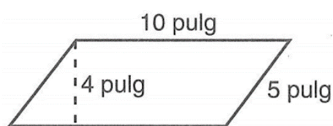
Perímetro	Área
• 16.5 pies	• 48 pies ²
• 33 pies	• 20pies ²
• 20.5 pies	• 87 pies
• 17 pies	• 43 pies



Perímetro	Área
• 24.5 pulg	• 24 pulg ²
• 24.3 pulg	• 24 pulg
• 24.4 pulg	• 32 pulg ²
• 24.2 pulg	• 32 pulg



Perímetro	Área
• 18.5 cm	• 24 cm ²
• 18.9 cm	• 24 cm
• 19 cm	• 14 cm ²
• 18.7 cm	• 14 cm



Perímetro	Área
• 25 pulg	• 20 pulg ²
• 15 pulg	• 60 pulg ²
• 30 pulg	• 40 pulg ²
• 19 pulg	• 30 pulg ²

Instrucciones de la segunda serie:

- Analice cada enunciado y escriba en los paréntesis correspondientes si este es verdadero o falso.
- Realice en hojas separadas las operaciones cuando el enunciado lo amerite.
- Recuerde adjuntar dichas hojas al portafolio de tareas.

() El diámetro de un círculo mide 7 pulgadas. La circunferencia redondeada a la pulgada más cercana es de 22 pulgadas.

() Si el radio de un círculo mide 2 pies, el área en pies cuadrados del círculo es de 12.56

() Si un círculo tiene un radio de 3 yardas, su área aproximada a la yarda cuadrada más cercana es de 27.

() La circunferencia de un círculo cuyo radio es de 7 centímetros es aproximadamente 21 cms.

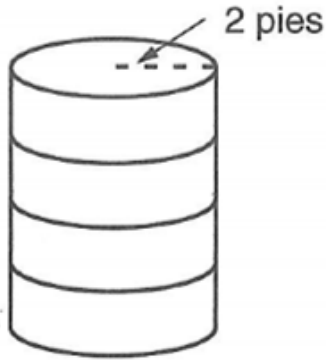
Instrucciones de la tercera serie:

- Analice cada enunciado y subraye la respuesta correcta a cada propuesta escrita.
- Realice en hojas separadas las operaciones cuando el enunciado lo amerite.
- Recuerde adjuntar dichas hojas al portafolio de tareas.

⇒ El área de un mural rectangular es de 180 pies cuadrados. Si el mural mide 15 pies de longitud, ¿cuál es su ancho en pies?

- 6
- 12
- 165
- 2700
- No se cuenta con suficiente información

⇒ Un barril de almacenaje tiene forma cilíndrica. El volumen del barril es aproximadamente 81.64 pies cúbicos. Subraye cuál de las siguientes expresiones puede usarse para calcular su altura en pies.



- $\frac{81.64}{(3.14)(2^2)}$
- $\frac{(3.14)(2^2)}{81.64}$
- $\frac{81.64 (2^2)}{3.14}$
- $81.64(3.14)(2^2)$
- $81.64 - (3.14)(2^2)$

⇒ Una pequeña sección de un techo tiene forma triangular. El área total de la sección es de 10.5 pies cuadrados. Si la altura de la sección es de 3.5 pies, ¿cuál es la medida, en pies de la base?

- 3
- 6
- 7
- 14
- 36.75

⇒ ¿Cuál es el volumen aproximado (en pies cúbicos) de una caja cuya longitud es de 2.5 pies, de ancho es 1 pie 6 pulgadas y de altura 1 pie 9 pulgadas?

- entre 3 y 4
- entre 4 y 5
- entre 5 y 6
- entre 6 y 7
- entre 7 y 8

⇒ ¿Cuál es el volumen aproximado (en pies cúbicos) de una caja cuya longitud es de 2.5 pies, de ancho es 1 pie 6 pulgadas y de altura 1 pie 9 pulgadas?

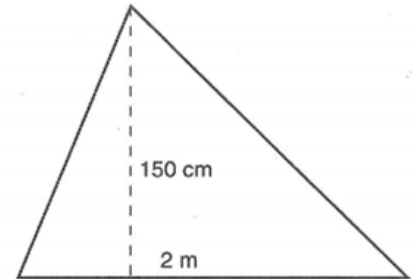
- entre 3 y 4
- entre 4 y 5

- entre 5 y 6
- entre 6 y 7
- entre 7 y 8

⇒ ¿Cuál es el área, en centímetros cuadrados, del triángulo?

(Pista: 1 metro = 100 centímetros)

- 12,000
- 12,500
- 15,000
- 20,000
- 22,500



⇒ Un cono tiene una altura de 1 pie 4 pulgadas y una base cuya área mide 18 pulgadas cuadradas. ¿Cuál es el volumen, en pulgadas cúbicas, del cono?

- 84
- 96
- 144
- 252
- 288



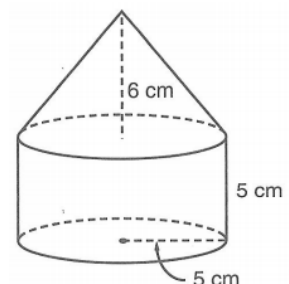
Tarea semana 10

Instrucciones:

- Analice cada enunciado y subraye la respuesta correcta.
- Cuando lo amerite, debe realizar las operaciones en hojas aparte y adjuntar dichas hojas al portafolio de tareas.

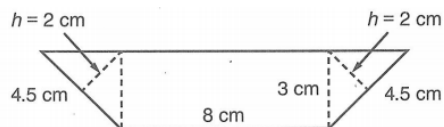
⇒ ¿Cuál es el volumen, al centímetro cúbico más cercano, del objeto que se muestra?

- 79
- 157
- 393
- 471
- 550



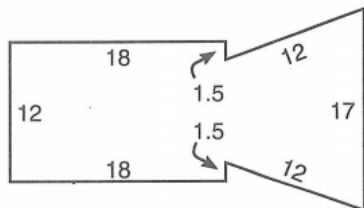
⇒ ¿Cuál es el área, en centímetros cuadrados, de la figura?

- 27
- 28.5
- 33
- 37.5
- 42



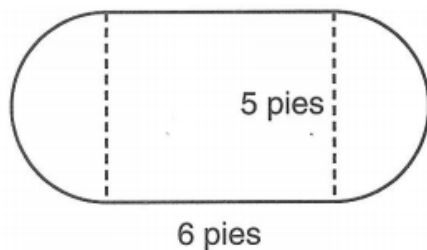
⇒ ¿Cuál es el perímetro de la figura?

- 72
- 75
- 90
- 92



⇒ El tope de una mesa tiene las medidas mostradas en la figura. Si cada extremo de la mesa es un semicírculo, ¿cuál será el área aproximada (en pies cuadrados) del tope de la mesa?

- 110
- 80
- 50
- 40
- 25



RUBRICA PARA EVALUACIÓN

CALIFICACIÓN	0—69	70—79	80—89	90—100
DESCRIPCIÓN	Su trabajo no muestra evidencias de dominio del tema o principios explicados en la lección. No cita las fuentes de donde obtuvo información. No ha sido entregado en la fecha límite ni bajo los lineamientos de la Guía del Estudiante o las instrucciones específicas de la tarea e instrucciones de la tarea	Su trabajo evidencia dominio aceptable del tema o principios explicados en la lección. No se encuentra evidencia de plagio, (cita las fuentes de donde obtuvo información) el trabajo ha sido entregado dentro de los siguientes 30 días después de la fecha límite bajo los lineamientos de la Guía del Estudiante.	Su trabajo indica dominio excelente del tema o principios explicados en la lección. No se encuentra evidencia de plagio, (cita las fuentes de donde obtuvo información) el trabajo ha sido entregado en la fecha indicada bajo los lineamientos de la Guía del Estudiante e instrucciones de la tarea.	Su trabajo indica un claro dominio del concepto y una correcta aplicación de todos los principios explicados en la lección. No se encuentra evidencia de plagio, (cita las fuentes de donde obtuvo información) el trabajo ha sido entregado en la fecha indicada bajo los lineamientos de la Guía del Estudiante e instrucciones de la tarea.
NOTAS	Debe realizar su trabajo de nuevo y/o solicitar examen de recuperación siempre que se haga antes del 30 de junio del año en curso para Primer Semestre y 30 de septiembre para Segundo Semestre.	Si no está conforme con su nota tiene 30 días a partir de la fecha de publicación de la nota para solicitar una revisión o aceptación de un nuevo trabajo. Las notas se publican a partir del 01 de junio del año en curso para primer semestre y del 01 de septiembre en adelante para el segundo.		Felicitaciones, mantenga el buen trabajo.